

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA  
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Odhad vybraných typů modelů finančních aktiv  
Estimate of the selected model types of financial assets

Student:

Klára Jelínková

Vedoucí diplomové práce:

prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal

Ostrava 2013

## Zadání diplomové práce

Student:

**Bc. Klára Jelínková**

Studijní program:

N6202 Hospodářská politika a správa

Studijní obor:

62021010 Finance

Specializace:

00 Finance

Téma:

**Odhad vybraných typů modelů finančních aktiv**  
**Estimate of the Selected Model Types of Financial Assets**

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
  2. Popis a kategorizace finančních aktiv a časových řad
  3. Kategorizace modelů a jejich odhady
  4. Odhad parametrů vybraných modelů a vyhodnocení
  5. Závěr
- Seznam použité literatury  
Seznam zkratek  
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce  
Seznam příloh  
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

ALEXANDER, Carol. *Market Risk Analysis. Volume II. – Practical Financial Econometrics*. 1st ed. Chichester England: John Wiley, 2008. 396 p. ISBN 978-0-470-99801-4.  
ARTI, Josef. *Finanční časové řady*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, 2003. 220 s. ISBN 80-247-0330-0.  
ČIPRA, Tomáš. *Finanční ekonometrie*. 1. vyd. Praha: Lkops, 2008. 538 s. ISBN 978-80-86929-43-9.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal**

Datum zadání: 23.11.2012

Datum odevzdání: 26.04.2013

Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. Dr. Ing. Dana Dřehošová  
děkanka fakulty

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem celou práci, včetně všech příloh, vypracovala samostatně.

V Ostravě 26.4.2013

Klára Jelinek  
podpis studenta

## Poděkování

Na tomto místě bych chtěla poděkovat všem, kteří mne podporovali nejen při psaní této diplomové práce, ale také během celého mého studia. Především bych chtěla poděkovat vedoucímu mé diplomové práce prof. Dr. Ing. Zdeňku Zmeškalovi za vstřícný přístup, trpělivost, odborné připomínky, poskytnutou literaturu a za jeho čas strávený odborným vedením při zpracování mé diplomové práce.

## OBSAH

1.	ÚVOD .....	4
2.	POPIS A KATEGORIZACE FINANČNÍCH AKTIV A ČASOVÝCH ŘAD .....	6
2.1	POPIS A KATEGORIZACE FINANČNÍCH AKTIV .....	6
2.1.1	Akcie, burzovní indexy na akcie .....	8
2.1.2	Finanční instrumenty s pevnými příjmy .....	10
2.1.3	Měnové kurzy .....	12
2.1.4	Ceny komodit .....	13
2.1.5	Opce a termínové kontrakty .....	13
2.2	ČASOVÉ ŘADY .....	15
2.2.1	Finanční časové řady a jejich vlastnosti .....	16
2.2.2	Volatilita časových řad .....	18
2.2.3	Analýza časových řad .....	19
3.	KATEGORIZACE MODELŮ A JEJICH ODHADY .....	21
3.1	ROZDĚLENÍ MODELŮ DLE RŮZNÝCH KRITÉRIÍ .....	21
3.1.1	Kritérium finanční aplikace .....	21
3.1.2	Kritérium rozhodovacího prostředí .....	22
3.1.3	Kritérium charakteristiky matematických modelů .....	22
3.1.4	Kritérium rozdělení stochastických modelů .....	23
3.2	STATISTICKÉ METODY ODHADU .....	25
3.3	MODEL Y VOLATILITY .....	26
3.3.1	Model GARCH .....	28
3.3.2	Model EGARCH .....	29
4.	ODHAD PARAMETRŮ VYBRANÝCH MODELŮ A VYHODNOCENÍ .....	32
4.1	VSTUPNÍ DATA .....	32
4.2	ODHAD MODELŮ PRO AKCIE GOOGLE .....	32
4.2.1	Akcie Google s denní frekvencí .....	33
4.2.2	Akcie Google s týdenní frekvencí .....	38
4.2.3	Akcie Google s měsíční frekvencí .....	43
4.3	ODHAD MODELŮ PRO BURZOVNÍ INDEX S&P500 .....	48
4.3.1	Burzovní index S&P500 s denní frekvencí .....	49
4.3.2	Burzovní index S&P500 s týdenní frekvencí .....	54
4.3.3	Burzovní index S&P500 s měsíční frekvencí .....	59
4.4	ODHAD MODELŮ PRO KURZ EURA .....	64
4.4.1	Kurz eura s denní frekvencí .....	64
4.5	SROVNÁNÍ A VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ .....	69
5.	ZÁVĚR .....	73
	SEZNAM LITERATURY .....	75
	SEZNAM ZKRATEK .....	78
	PROHLÁŠENÍ O VYUŽITÍ VÝSLEDKŮ DIPLOMOVÉ PRÁCE	

# 1. Úvod

V dnešní době se stále více lidí zajímá o modelování finančních aktiv, neboť se dotýkají téměř každého z nás. Tento obor se stále rozvíjí, protože možnosti jeho využití při správě a investování finančních prostředků jsou obrovské. Ovšem hledání principů chování a modelování finančních časových řad není jednoduché, neboť s výnosem finančních instrumentů úzce souvisí také riziko, které s rostoucím výnosem a frekvencí dat roste. Finanční časové řady mají oproti ekonomickým časovým řadám určité rysy a rozdíly a jejich modelování se provádí specifickým způsobem. Hlavním rozdílem je častá vysoká frekvence finančních dat, a proto jsou používány kvalitativně odlišné metody a možnosti využití spíše nelineárních modelů, který skýtá spoustu možností a není ještě zcela probádaný.

Cílem diplomové práce je odhad a výběr nejlepších modelů pro různá finanční aktiva s různou frekvencí.

Používanými finančními instrumenty jsou akcie Google s denní, týdenní a měsíční frekvencí, burzovní index S&P500 s denní, týdenní a měsíční frekvencí a měnový kurz eura s denní frekvencí. Pro odhad vybraných modelů GARCH a EGARCH bude využita metoda maximální věrohodnosti.

První teoretická kapitola diplomové práce se bude zabývat popisem a kategorizací finančních aktiv a časových řad. Tato kapitola je rozdělena na dvě části. Úvodní část se bude zabývat finančními instrumenty a jejich rozdělením. Bude zde popsán vztah rizika, výnosu a likvidity a jednotlivé finanční instrumenty budou podrobněji popsány. Ve druhé části této kapitoly budou popsány a rozděleny jednotlivé časové řady. Následně budou charakterizovány finanční časové řady, jejich specifické vlastnosti a vysvětlen předpoklad normality a jeho testování. Také zde bude rozebírána volatilita, způsob jejího stanovení, druhy volatility a její specifické vlastnosti. Dále bude uvedena obecná analýza časových řad, srovnatelnost dat a způsob provedení této analýzy.

Druhá metodická kapitola bude věnována kategorizaci modelů, statistickým metodám odhadu, popisu modelů volatility a kritériím hodnocení modelů. První část se bude zabývat rozdělením modelů dle různých kritérií. Druhá část se bude věnovat statistickým metodám odhadu modelů, kde bude blíže popsán postup odhadu metodou maximální věrohodnosti, která bude následně použita v praktické části diplomové práce. V poslední části této kapitoly budou charakterizovány modely volatility, jejich možnosti využití, dělení, kritéria výběru

nejlepšího modelu a detailní popis a odvození modelů GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti.

Praktická kapitola diplomové práce bude rozdělena na několik částí dle druhu finančních aktiv a každá část se bude následně dělit na podkapitoly dle frekvence tohoto finančního instrumentu. Jednotlivými finančními instrumenty budou akcie Google a burzovní index S&P500 s denní, týdenní, měsíční frekvencí a kurz eura s denní frekvencí. V jednotlivých podkapitolách bude poté provedena analýza konkrétní finanční časové řady, kde bude znázorněn graf vývoje cen konkrétního finančního instrumentu dle frekvence dat, vypočítány charakteristiky polohy a variability logaritmických výnosů a proveden test normality pomocí programu E-Views. Poté bude proveden odhad modelů GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti, grafické srovnání skutečnosti s modelem a také grafické srovnání modelů mezi sebou pomocí programu MS Excel. V závěrečné části praktické kapitoly bude provedeno srovnání a vyhodnocení výsledků dle uvedených kritérií.

## **2. Popis a kategorizace finančních aktiv a časových řad**

Tato kapitola vychází převážně z autorů Cipra (2008), Arlt (2003), Zmeškal (2004) a Popelka (2007). V první podkapitole je popsáno riziko, výnos, likvidita a jejich souvislost, a je zde uvedeno členění jednotlivých finančních instrumentů. Jedná se o akcie, burzovní indexy, finanční instrumenty s pevnými příjmy (hlavně dluhopisy), měnové kurzy, komodity, opce a termínové kontrakty. Vždy je popsán jednotlivý instrument, jaké má náležitosti, na jaké druhy, či typy se dělí, případně, co ovlivňuje jeho cenu, jak se konstruuje nebo které konkrétně jsou nejvýznamnější.

Ve druhé podkapitole jsou uvedeny typy dat, vymezení časových řad a jejich dělení. Poté jsou popsány finanční časové řady, předpoklad normality a jeho testování, a vlastnosti finančních časových řad jako je například leptokurtické rozdělení. Další část je věnována volatilitě, způsobům stanovení volatility, druhům volatility a jejím specifickým vlastnostem (shlukování volatility či pákový efekt). Poslední část popisuje obecnou analýzu časových řad, srovnatelnost dat a způsob provedení analýzy časových řad.

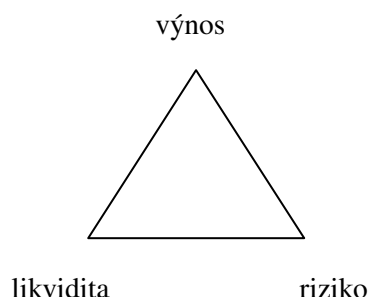
### **2.1 Popis a kategorizace finančních aktiv**

Finanční aktiva, neboli lépe řečeno finanční instrumenty jsou právním podkladem (dokladem) různých finančních transakcí na finančních trzích. Jejich chronologicky vzestupně seřazené ceny jsou poté používány jako finanční časové řady k výpočtům a modelování výnosů, rizika a likvidity, které jsou základními kritérii (indikátory) při rozhodování investora.

Nejdůležitějším faktorem, který ovlivňuje ceny a výnos finančních instrumentů je riziko. Čím je riziko vyšší, tím vyšší bývá výnos akcie a naopak. Lze zde použít tzv. Magický trojúhelník investování, viz následující obrázek.



Obrázek 3.1 Magický trojúhelník investování



Zdroj: vlastní zpracování

Pomyslné vrcholy trojúhelníku jsou označeny jako výnos, riziko a likvidita, což jsou faktory ovlivňující investiční rozhodnutí, které jsou ve vzájemném nesouladu. Mezi rizikem a výnosností je nepřímá úměrnost. To znamená, že dosahováním jednoho vrcholu se oddalujeme od druhého. Čím vyšší výnos investor požaduje, tím vyšší riziko musí podstoupit, a tím nižší je likvidita podniku. Čím nižší riziko investor podstupuje, tím nižší výnos dostane, a tím větší je likvidita. Ideální investicí by byla investice s minimálním rizikem, maximálním výnosem a vysokou likviditou, ale takové investice se v praxi příliš nevyskytují, takže se investor musí rozhodnout podle svého uvážení na přijatelném poměru těchto faktorů, viz Jelínková (2010).

Riziko může být jedinečné (specifické) nebo tržní (systematické). Jedinečné riziko souvisí s konkrétním podnikem, odvětvím či cenným papírem a lze jej minimalizovat vhodnou diverzifikací portfolia. Systematické tržní riziko je obecně riziko potenciální ztráty z nepříznivého pohybu tržních cen a sazeb, vyplývá z celé ekonomiky, politické situace apod., lze jej omezit jen částečně například pomocí hedgingu.

Finanční instrumenty lze rozdělit na:

- akcie, burzovní indexy na akcie,
- finanční instrumenty s pevnými příjmy,
- měnové kurzy,
- komodity,
- opce a termínové kontrakty, viz Zmeškal (2004).

### 2.1.1 Akcie, burzovní indexy na akcie

Akcie jsou majetkové cenné papíry, s nimiž jsou spojena práva majitele. Akcionář má právo podílet se na řízení akciové společnosti prostřednictvím hlasování na valné hromadě, právo podílet se na zisku akciové společnosti formou dividend, pokud jsou vypláceny, a právo podílet se na likvidačním zůstatku společnosti, pokud jde akciová společnost do likvidace.

Akcie musí dle obchodního zákoníku obsahovat:

- obchodní jméno a sídlo společnosti,
- číselné označení akcie a její jmenovitou hodnotu,
- označení, zda se jedná o akcii na majitele nebo na jméno,
- výši základního jmění společnosti a počet akcií v době vydání akcie,
- datum vydání akcie a podpisy obou členů představenstva oprávněných podepisovat za společnost, viz obchodní zákoník.

Pokud je vydáno více druhů akcií, musí být uveden i druh akcie. Druhy akcií se dělí z několika hledisek. Dle hlediska ztělesněného práva se akcie dělí na:

- kmenové – jsou s nimi spojena všechna práva (podíl na řízení...);
- prioritní – akcionář má právo na prioritní vyplácení dividendy, obvykle nehlasuje na valné hromadě. Prioritní akcie mají pevný výnos a nejsou závislé na dosažení výsledku hospodaření;
- zaměstnanecké.

Dle možnosti převodu je lze dělit na:

- akcie na majitele – k převodu mezi vlastníky dochází pouze předáním, společnost nezná stávající akcionáře;
- akcie na jméno – vede se kniha akcionářů, k převodu dochází prostřednictvím rubopisu (indosamentu). K převodu vlastníka musí společnost vydat souhlas a provede se změna v knize akcionářů.

Podle hlediska termínu emise se akcie dělí na staré (zakladatelské) a mladé (nové, které navyšují základní jmění). Také lze akcie rozdělit dle hlediska sídla a.s. na tuzemské a zahraniční. Dalším hlediskem třídění akcií je podle její kursové hodnoty. Jsou to akcie těžké (s vysokým kurzem), střední (s průměrným kurzem) a lehké (s nízkým kurzem). Posledním hlediskem možného dělení akcií je hledisko obchodovatelnosti, dle kterého se akcie člení na

akcie veřejně obchodovatelné na burze nebo na mezibankovním trhu tj. registrované, a na akcie neobchodovatelné na sekundárním trhu, tedy neregistrované.

Forma akcií může být listinná (akcie v papírové podobě) nebo zaknihovaná (akcie v elektronické podobě).

Každý cenný papír má svou vnitřní hodnotu, kterou lze vypočítat. Cena akcie se kolem této vnitřní hodnoty pohybuje. Pro účely fundamentální analýzy se poté porovnává vypočtená vnitřní hodnota akcie ( $VH$ ) s cenou akcie ( $P$ ), přičemž může nastat několik variant:

$VH > P$  znamená, že akcie je podhodnocena a je vhodné ji koupit,

$VH < P$  znamená, že akcie je nadhodnocena a je vhodné ji prodat,

$VH = P$  znamená, že akcie je správně oceněna.

Cena akcie se v zásadě pohybuje na základě nabídky a poptávky. Čím větší je poptávka, tím vyšší je cena akcie a naopak, čím větší je nabídka, tím je cena akcie nižší. Na změnách nabídky a poptávky se podílí řada různých faktorů, především výsledky akciové společnosti v minulosti, očekávání trhu v budoucnu a srovnání těchto hodnot, situace na trhu, důvěra v segment, ve kterém se akcie nachází či důvěra v konkrétní emisi akcie, činnost konkurence, nebo živelná či jiná katastrofa, a v neposlední řadě politická situace regionálního či globálního charakteru. Velký vliv má také mediální obraz společnosti a množství citací v negativních zprávách nebo přesun investic mezi různými instrumenty finančních trhů.

Pro výpočty v této diplomové práci je používána uzavírací cena akcie, což je cena, která byla dosažena jako poslední v daném časovém intervalu.

Burzovní indexy na akcie jsou ukazatelem vývoje daného trhu jako celku a slouží ke sledování vývoje trhu v čase a jeho vývojovým tendencím. Odráží jak současný stav vývoje trhu, tak i dlouhodobý vývoj trhu s jeho tendencemi.

Existují dva druhy burzovních akciových indexů: výběrové a souhrnné indexy. Výběrové indexy obsahují významné akcie na daném trhu, naproti tomu souhrnné indexy obsahují všechny akcie na daném trhu.

Metody konstrukce burzovního indexu lze aplikovat třemi způsoby:

- cenově vážený index. Zde se hodnota indexu odvíjí od cen jednotlivých akcií daného indexu. Čím více roste cena akcií společnosti, tím více je ovlivňována hodnota indexu;
- hodnotově vážený index. Hodnota indexu je zjišťována tak, že každá akcie je v tomto typu indexu vážena svou tržní kapitalizací na celkové tržní hodnotě firem;
- stejně vážený index. Hodnota indexu, je založena na principu portfolia a každá akcie

je vážena stejně.

Kalkulace téměř všech burzovních indexů probíhá v reálném čase, s frekvencí od každých 15 sekund po maximálně 1 minutu.

Mezi nejznámější akciové indexy patří Dow Jones Industrial Average (DJIA), který je nejznámějším a nejsledovanějším indexem světa. Jedná se o nejstarší burzovní index pro kontinuální užití. Zahrnuje 30 akcií nejvýznamnějších společností hlavního odvětví USA, tyto akcie jsou zapsány na burze v New Yorku. Jedná se o cenově vážený index s blue chips akciemi<sup>1</sup>. Dalšími významnými americkými akciovými indexy jsou S&P 500 Index, S&P 100 Index a NASDAQ 100 Index.

Většina evropských burzovních indexů zahrnuje nejlepší společnosti na trhu s největší tržní kapitalizací. Zastoupení jednotlivých titulů v burzovním indexu je většinou kontrolováno jednou za čtvrt roku. Základním kritériem pro participaci těchto titulů je také tržní hodnota volně obchodovaného počtu akcií. Nejznámější evropské akciové indexy jsou EURONEXT 100, NEXT 150, Dow Jones EURO STOXX 50, SMI Weiss Market Index (Švýcarsko), DAX Performance.Index (Německo), FTSE 100 (VB), PX a PX-GLOB (ČR), CAC 40 (Francie) nebo ATX Austrian Traded Index (Rakousko).

Mezi nejvýznamnější akciové indexy Asie patří: Nikkei 225 Index nebo TOPIX (Japonsko), HSI Hang Seng Index (Hongkong), Singapore Straits Time Index (STI) (Singapur), NIFTY 50 Index (Indie).

### **2.1.2 Finanční instrumenty s pevnými příjmy**

Finanční instrumenty s pevnými příjmy jsou veškeré obchodovatelné dluhopisy s pevnou úrokovou sazbou, které jsou emitovány bankami, podnikovým nebo veřejným sektorem. Zahrnují se sem také cenné papíry, u kterých je úroková sazba vázána na určitou tržní úrokovou sazbu LIBOR, PRIBOR, EURIBOR, apod.

Dluhopis obecně je dluhový cenný papír, který vyjadřuje závazek emitenta vůči věřiteli. Je s ním spojeno právo majitele (věřitele) požadovat splácení dlužné částky ve jmenovitých hodnotách, vyplácení výnosů z něj k určitému datu a povinnost emitenta tyto závazky splnit. V České republice musí emitent podle zákona č. 530/90 Sb., o dluhopisech žádat Českou národní banku (ČNB) o povolení k emisi dluhopisů, v případě municipálních dluhopisů vydávaných samosprávnými celky musí dát souhlas ministerstvo financí ČR.

---

<sup>1</sup> Nejlépe hodnocené cenné papíry

Každý dluhopis je charakterizován nominální hodnotou, výší kupónové platby a dobou splatnosti.

Dluhopis musí mít určité náležitosti:

- označení emitenta,
- název dluhopisu, jeho číselné označení (ISIN),
- nominální hodnotu,
- způsob stanovení splátek, úroků,
- jasné prohlášení emitenta o jeho dluhu vůči majiteli cenného papíru,
- závazek emitenta splatit nominální hodnotu dluhopisu v určitém konkrétním termínu,
- stanovení termínů, způsobu a místa vyplácení splátek,
- v případě dluhopisů na jméno – jméno prvního majitele,
- datum,
- podpisy představitelů emitenta,
- povolení k emisi.

Dluhopisové trhy bývají většinou rozsáhlejší než akciové trhy, protože vlády často emitují tyto cenné papíry k získání prostředků v důsledku deficitního financování. Dluhopisy mají omezenou dobu splatnosti, přesně stanovené časově rozložené splátky dlužných částek včetně úroků. Jeho majiteli (věřiteli) většinou nevzniká žádné právo ovlivňovat hospodaření emitenta.

Dluhopisy lze dělit na:

- hypoteční zástavní listy, kdy jejich jmenovitá hodnota včetně úroků je kryta pohledávkami z hypotéčních úvěrů,
- státní dluhopisy, které jsou vydávány vládou,
- komunální obligace, které slouží k financování obcí,
- zaměstnanecké obligace, které jsou vydávány pouze pro zaměstnance, kteří jsou u emitenta v pracovním poměru,
- sériové dlužní úpisy, což jsou státní dluhopisy, půjčky, pokladniční poukázky, podnikové obligace, certifikáty, vkladní knížky, komunální obligace, hypoteční listy,
- kusové dlužní úpisy neboli směnky.

Dluhopisy s pevnou úrokovou sazbou jsou nejběžnějším typem dluhopisu. Emitent vyplácí věřiteli pevný kupón v procentní výši určené pevnou úrokovou sazbou z nominální hodnoty dluhopisu ve stanovených termínech po celou dobu životnosti dluhopisu.

Tržní úrokové sazby jsou úrokové sazby na konkrétním trhu. Například PRIBOR<sup>2</sup> je pražská mezibankovní nabídková sazba. Jedná se o úrokovou sazbu, za kterou si banky navzájem poskytují úvěry na českém mezibankovním trhu. Je počítána z kotací referenčních bank pro prodej depozit. Používá se například pro výši úroků u hypotečních úvěrů a také často jako referenční úroková sazba<sup>3</sup>.

Také existuje PRIBID<sup>4</sup>, což je průměrná úroková sazba, za kterou si české banky mohou ukládat peníze u jiných českých bank. Je počítána z kotací referenčních bank pro nákup depozit. Každý den ji stanovuje ČNB jako průměr referenčních bank a její hodnoty jsou vázány na dobu vkladu, např. 3M PRIBID je průměrná úroková sazba pro tříměsíční vklady.

### 2.1.3 Měnové kurzy

Měnový kurz je cena měny vyjádřená v jednotkách měny jiné a často se udává jako podíl domácí měny k zahraniční měně.

Kurzy devizového trhu neboli měnové kurzy vydává ČNB jako určitý seznam, který se nazývá kurzovní lístek. ČNB v něm stanovuje kurz devizového trhu pro každý den a je zveřejněn vždy ve 14:30. Kurzy vyhlášené ČNB mají pouze informativní charakter, ale přesto jsou velmi sledovaným finančním instrumentem.

U nesměnitelných měn je měnový kurz nepružný a je stanoven centrálními orgány státu, kde se nesměnitelná měna používá. U volně směnitelných měn jsou měnové kurzy pružné a existují tři typy: (1) kurzy měn volně pohyblivé (floating), kdy kurz kolísá na základě nabídky a poptávky na devizovém trhu bez jakýchkoliv zásahů; (2) pohyblivý kurz v rámci limitů (řízený floating), kdy je stanoveno fluktuační pásmo, ve kterém se má kurz pohybovat a pokud se odchyluje, centrální banka zasáhne; (3) vázané kurzy, které jsou odvozené od vývoje kurzu významné měny nebo koše měn.

---

<sup>2</sup> Prague InterBank Offered Rate

<sup>3</sup> „úroková sazba, která se použije jako základ pro výpočet jakéhokoli úroku, jenž má být uplatněn, a která pochází z veřejně přístupného zdroje a kterou mohou strany smlouvy ověřit, avšak nemohou ji jakkoliv přímo ovlivnit“ <http://business.center.cz/business/pojmy/p2466-referencni-urokova-sazba.aspx>

<sup>4</sup> Prague Interbank Bid Rate

Na měnový kurz působí také spousta vlivů jako např.: nabídka a poptávka po měně, rozsáhlé nákupy a prodeje měn, saldo obchodní a platební bilance, výše úrokových sazeb, nebo ekonomická a politická situace či aktuální události.

Nejvyhledávanějšími kurzy je aktuální kurz eura a kurz dolaru.

#### **2.1.4 Ceny komodit**

Komodita je zboží, se kterým se na trhu obchoduje bez rozdílů v kvalitě. Dodávky od různých dodavatelů jsou vzájemně zastupitelné, protože se jedná o homogenní produkty, které se mohou obchodovat za jednotnou cenu na globálních trzích. V původním a zjednodušeném smyslu jsou komodity produkty jednotné hodnoty a kvality vyráběné ve velkém množství mnoha různými výrobci.

Na každém trhu, kterému se říká komoditní burza, jsou určeny vlastnosti a obchodovatelné množství jednotlivé komodity.

Komodity mohou být různé suroviny a zemědělské produkty, které se obvykle obchodují ve velkém množství (velkoobchod), nebo obchody, které se provádí v malém měřítku (maloobchod – sortiment). Komodity se nejčastěji dělí na energie, kovy, zemědělské produkty, maso a dobytek. Z toho vyplývá, že komoditou je např. ropa, zemní plyn, zlato, měď, ale také oves, kukuřice, káva, cukr nebo vepřové maso. Komodity se obchodují po celých kontraktech, což je dohoda o nákupu nebo prodeji dané komodity za stanovenou cenu ke konkrétnímu datu v budoucnosti. Výhodou při obchodování s komoditami je vysoká likvidita.

Cena komodity je určena nabídkou a poptávkou, která se v průběhu času velmi mění. Ovlivňují ji jak spekulativní, tak fundamentální příčiny.

Postupně byly komodity nahrazeny především obchody s deriváty, jejichž podkladové aktivum tvoří právě komodity. Většina z nich má podobu futures, což jsou termínové obchody se standardizovanou podobou.

#### **2.1.5 Opce a termínové kontrakty**

Termínové kontrakty jsou charakteristické tím, že obchod se všemi podmínkami je sjednán dnes a jeho vypořádání proběhne někdy v budoucnu. Existují různé druhy v závislosti na tom, o jaké podkladové aktivum se jedná. Mezi základní typy termínových kontraktů patří:

- forwardové obchody,

- futures obchody,
- swapové obchody,
- opční obchody.

Forwardový obchod (forward) je kontrakt mezi kupujícím a prodávajícím na prodej a nákup určitého objemu aktiva v budoucnu. Při forwardu se cena dohodne v okamžiku sjednání kontraktu. Je závazný pro obě strany. Kupující forwardového kontraktu se zavazuje učinit platbu k určitému časovému okamžiku a převzít zboží, které je jeho předmětem. Tyto obchody jsou nestandardizované a provádí se na mimoburzovním trhu.

Futures jsou kontrakty, na základě kterých se smluvní strany zavazují koupit a prodat určitý objem aktiva k určitému budoucímu datu za předem stanovenou cenu. Rozdíl mezi forwardem a futures je v tom, že futures jsou obchodovány na zvláštních termínových burzách a jsou to standardizované obchody až na cenu, která je stanovena veřejnou dražbou, protože se jedná o veřejný kontrakt.

Swapový obchod (swap) je dohoda dvou zúčastněných stran o vzájemných úrokových platbách vztahujících se ke stejné částce kapitálu, ale definované různým způsobem. Tyto platby se vesměs opakují. Dohoda obsahuje výčet měn, úroky a časový harmonogram plateb. Jsou obchodovány mimoburzově.

Opce představuje právo koupit nebo prodat v předem stanoveném čase určité aktivum za určitou konkrétní cenu. Je to smlouva mezi prodávajícím a kupujícím, která dává kupujícímu právo (možnost) prodat nebo koupit od prodávajícího konkrétní aktivum (tzv. podkladové aktivum) za konkrétní cenu kdykoliv až do data vypršení kontraktu. Její cena se odvozuje z podkladového aktiva, které může být např. akcie, obligace, akciový index, dluhopis, pokladniční poukázka, devizy, kontrakty futures či komodity. Kupující zaplatí za opci prodávajícímu určitou cenu, tzv. opční prémii.

Existuje několik typů opcí:

- kupní opce (call opce) – právo vlastníka koupit v budoucnu určité aktivum, u kterého předpokládá vzestup ceny,
- prodejní opce (put opce) – právo vlastníka prodat v budoucnu určité aktivum, u kterého předpokládá pokles ceny.

Kupní opce z pohledu kupujícího (long call) je právo (možnost) koupit v budoucnu určité aktivum za předem stanovenou cenu s opční premií. Kupující tuto opci využije, pokud je cena podkladového aktiva větší než tržní cena. Pokud se kupující rozhodne opci nevyužít,



ztratí pouze hodnotu opční prémie. U kupní opce z pohledu prodávajícího (short call) očekává prodávající, že cena podkladového aktiva bude stabilní nebo bude klesat. Pokud se kupující rozhodne opci využít, musí mu prodávající vyhovět. Ztráta prodávajícího je neomezená a záleží na tom, o kolik cena podkladového aktiva vzrostla nad realizační cenu<sup>5</sup>.

U prodejní opce z pohledu kupujícího (long put) předpokládá kupující, že cena aktiva poklesne, a proto se nákupem prodejní opce zajistí proti ztrátě. V případě, že se jeho obavy potvrdí, může opci využít a mít z prodeje aktiva zajištěný zisk. Pokud cena aktiva neklesne a kupující se rozhodne si aktivum ponechat, bude mít ztrátu pouze ve výši opční prémie. Prodejní opce z pohledu prodávajícího (short put) je odlišná v tom, že prodávající spekuluje na stabilitu nebo růst ceny podkladového aktiva a může mít zisk v podobě opční prémie. Pokud se kupující rozhodne prodejní opci využít, prodávající musí toto aktivum koupit za předem stanovenou realizační cenu, i kdyby to pro něj bylo nevýhodné.

## 2.2 Časové řady

V klasické ekonometrii lze data dělit do tří skupin:

- časová neboli časové řady, což jsou hodnoty určité veličiny pozorované v určitém časovém intervalu s určitou frekvencí;
- průřezová neboli průřezový výběr, tj. hodnoty určité veličiny pozorované ve stejný časový okamžik přes určitý populační soubor;
- panelová data, tj. kombinace časových a průřezových dat, viz Cipra (2008).

Časová řada je tedy posloupnost věcně a prostorově srovnatelných pozorování, která jsou jednoznačně uspořádána z hlediska času ve směru minulost – přítomnost. Intervaly těchto hodnot jsou zpravidla rovnoměrné a lze je zapsat jako:  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ , neboli  $y_t$ , kde  $t=1, 2, \dots, n$ , kde  $y$  je pozorovaný ukazatel,  $t$  je časová proměnná s celkovým počtem pozorování  $n$ , viz Hančlová (2003).

Časové řady lze dělit z několika hledisek. Dle charakteru ukazatele lze časové řady dělit na okamžikové (hodnota ukazatele k určitému okamžiku) a intervalové (je sledován určitý interval ukazatele). Dle druhu ukazatelů se rozlišují časové řady s absolutními ukazateli (očistěné) a s odvozenými ukazateli (součtové, průměrné, poměrové). Dle periodicity či frekvence, s jakou jsou časové řady sledovány, se časové řady dělí na dlouhodobé a krátkodobé. Dlouhodobé časové řady bývají data s frekvencí roční, čtvrtletní nebo měsíční,

---

<sup>5</sup> Dohodnutá cena, za kterou bude aktivum prodáno

což je specifické především pro ekonomické časové řady. Krátkodobé časové řady jsou data s větší frekvencí, tj. týdenní, denní nebo i častější. Jedná se o finanční časové řady, které jsou tvořeny finančními daty.

### 2.2.1 Finanční časové řady a jejich vlastnosti

Tyto časové řady jsou tvořeny vysokofrekvenčními daty, které lze najít na finančních trzích. Lze je dělit na dluhopisové, akciové a devizové trhy. Obchoduje se na nich s dluhovými cennými papíry, akciemi či peněžními prostředky v různých měnách. Základní informace získávané z těchto trhů jsou data s různou frekvencí, která označována právě jako finanční časové řady, například cena akcie, cena dluhopisu, cena měny apod., viz Arlt (2003).

Tato data bývají nejčastěji sledovány v denní či dokonce hodinové frekvenci. Ceny jednotlivých finančních aktiv  $P_t$  lze přepočítat na výnosy  $r_t$  dvěma způsoby:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \text{ nebo} \quad (2.1)$$

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} = \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right). \quad (2.2)$$

V této diplomové práci je využit druhý způsob výpočtu pomocí logaritmů, protože bývá přesnější.

Finanční časové řady jsou velmi specifické a často vyžadují netradiční přístupy k jejich modelování. Velmi často jsou modelovány pomocí nelineárních modelů, neboť ve většině případů lineární modely nejsou postačující, protože předpokládají pouze jeden typ závislosti – korelační – a nemohou zachytit charakteristické rysy těchto časových řad.

U finančních dat bývá často výrazná šumová složka, a tudíž je vzhledem k této volatilitě těžší v těchto datech zjistit systematické trendy, sezónnost, apod., viz Cipra (2008).

Důležitým předpokladem při modelování finančních časových řad je předpoklad normality. Znamená to, že logaritmy výnosů  $r_t$  mají normální rozdělení s konstantní střední hodnotou  $\mu$  a konstantním rozptylem  $\sigma^2$ , neboli  $r_t \sim N(0, \sigma)$ . Pro toto rozdělení je charakteristické, že je symetrické, takže jeho šikmost ( $SK$ ) je vyjádřena vztahem:

$$SK = E \left[ \frac{(r_t - \mu)^3}{\sigma^3} \right] = 0 \quad (2.3)$$

a špičatost ( $K$ ) normálního rozdělení je definována vztahem:

$$K = E \left[ \frac{(r_t - \mu)^4}{\sigma^4} \right] = 3. \quad (2.4)$$

Výběrový bodový odhad šikmosti se vypočítá jako:

$$S\hat{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^3}{s^3}, \quad (2.5)$$

kde  $\bar{r}$  je výběrová střední hodnota logaritmů výnosů:

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \quad (2.6)$$

a  $s$  je výběrový rozptyl:

$$s = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}. \quad (2.7)$$

Pro výběrový bodový odhad špičatosti je vzorec následující.

$$\hat{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^4}{s^4}, \quad (2.8)$$

viz Arlt (2003).

Pro testování normality časových řad se používá Jarque-Berra test (JB test), který je v programu E-Views vypočítán pomocí vzorce:

$$JB = \frac{T-k}{6} \cdot \left( \hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4} \right), \quad (2.9)$$

kde  $T$  je počet pozorování v časové řadě,  $k$  je počet odhadnutých parametrů použitých k vytvoření modelu časové řady. Statistika JB má chi-kvadrát rozdělení se dvěma stupni volnosti, viz Popelka (2007).

Často se ukazuje, že skutečné rozdělení logaritmů výnosů je špičatější než normální rozdělení, což znamená, že nízké kladné a záporné výnosy se objevují častěji, než předpokládá normální rozdělení, viz Arlt (2003).

Právě s tím souvisí jedna ze specifických vlastností finančních časových řad, leptokurtické rozdělení. Je to hustota rozdělení pravděpodobnosti, které má „vyšší špičku a těžší konce“. Tato rozdělení mají nulovou střední hodnotu, jednotkový rozptyl a kladný koeficient špičatosti, viz Cipra (2008).

Dalšími specifickými vlastnostmi finančních časových řad je shlukování volatility

(volatility clustering) a pákový efekt (leverage effect), které budou vysvětleny v následující podkapitole.

Vlastnosti finančních časových řad také vyplývají jak z ekonomické podstaty fungování finančních trhů, tak z chování investorů a dalších ekonomických subjektů.

### 2.2.2 Volatilita časových řad

Volatilita (rozptyl) je základním parametrem při řízení finančních rizik. Obecně představuje volatilita míru kolísání hodnoty aktiva nebo jeho výnosové míry (obvykle jako směrodatnou odchylku těchto změn během určitého časového úseku). Pro účely této diplomové práce představuje volatilita kolísavost ceny jednotlivých finančních instrumentů a vyjadřuje míru rizika investice do těchto finančních instrumentů.

Pro stanovení volatility lze využít historický přístup (historická volatilita), kde se předpokládá, že očekávaný výnos akcie je roven průměrné hodnotě skutečných výnosů za určité historické období a riziko akcie se vypočítá jako směrodatná odchylka z historického výběru skutečných výnosů akcií, viz Zmeškal (2004). Ale jelikož u finančních časových řad často nebývá splněn předpoklad heteroskedasticity, je třeba aplikovat metody založené na stanovení podmíněného rozptylu.

Další možností je implikovaná volatilita, což je trhem očekávaná volatilita do budoucna. Vychází z Black-Scholesova modelu pro ocenění opce. Předpokládá se, že pohyb ceny podkladového aktiva má charakter geometrického Brownova pohybu. Ale v praxi tento předpoklad nemusí být splněn a díky tomu se může implikovaná volatilita lišit od skutečné volatility. Implikovaná volatilita bývá často vyšší než volatilita získaná historickým přístupem pomocí modelů podmíněné heteroskedasticity, což je považováno za nevýhodu.

Díky tomu se rozlišuje podmíněná (krátkodobá volatilita) a nepodmíněná volatilita (dlouhodobá volatilita). Podmíněná volatilita se v čase mění a zjišťuje se např. pomocí GARCH modelů. Obvykle se přepočítává na roční volatilitu a může se udávat buď v absolutních hodnotách či relativně. U finančních instrumentů roste volatilita s odmocninou časového úseku, na němž je měřena a bude vypočtena dle vzorce:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \sqrt{\sigma_t^2 \cdot d}, \quad (2.10)$$

kde  $\sigma_t^2$  je model podmíněného rozptylu a  $d$  je hodnota 250, 52 nebo 12 v závislosti na frekvenci dat – denní, týdenní, měsíční. Nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  není závislá na čase a její

výpočet se liší s konkrétním použitým modelem.

Čím je volatilita větší, tím je větší cenové rozpětí, v němž se cena daného finančního instrumentu pohybuje. Vyšší volatilita způsobuje zároveň větší riziko.

Vlastností volatility je vytváření shluků (volatility clustering). Znamená to, že se volatilita finančních trhů objevuje ve shlucích vysokých a nízkých volatilit, např. vysoká volatilita bývá v dalším období často následována opět vysokou volatilitou a stejně tak je tomu i pro nízké hodnoty.

Další vlastností volatility je pákový efekt (leverage effect), kdy volatilita reaguje odlišně na negativní a pozitivní tržní šoky. Zvyšuje se více po cenovém poklesu než po cenovém růstu stejné velikosti, viz Cipra (2008).

### **2.2.3 Analýza časových řad**

Před samotnou analýzou časových řad je nutné zjistit, zda jsou data srovnatelná z několika hledisek:

- věcného (údaje by měly být stejně obsahově vymezené),
- prostorového (údaje by se měly vztahovat ke stejným geografickým územím),
- časového (údaje by se měly vztahovat ke stejně dlouhým intervalům),
- cenového (použití běžných nebo stálých cen).

Analýza časových řad obecně se provádí graficky nebo výpočtem. Pro zobrazení časových řad se používají spojnicové nebo XY bodové grafy. Při analýze časových řad výpočtem jsou zjišťovány popisné charakteristiky (polohy, variability), míry dynamiky, korelace a stacionarita časových řad.

U charakteristik poloh se počítají průměrné hodnoty – prostý nebo vážený aritmetický průměr, nebo vážený chronologický průměr. Určovanými charakteristikami variability jsou rozptyl a směrodatná odchylka. Rozptyl je aritmetický průměr kvadrátů odchylek od aritmetického průměru, viz vzorec (2.7), směrodatná odchylka je odmocninou z rozptylu. U míry dynamiky lze zjišťovat absolutní a relativní přírůstek, průměrný absolutní a průměrný relativní přírůstek, tempo růstu, průměrné tempo růstu, meziroční koeficient růstu.

Korelace vysvětluje závislost mezi vývojem jednotlivých proměnných a nabývá hodnot v intervalu  $<-1;1>$ . Čím více se korelace blíží jedné, tím více pozitivně jsou časové řady veličin závislé – pohybují se stejným směrem. Naopak čím více se korelace blíží -1, tím více jsou časové řady veličin negativně závislé – pohybují se opačně. Pokud je korelace

nulová, veličiny jsou nezávislé.

U časových řad lze také určit, zda jsou stacionární či nestacionární. U stacionární časové řady nejsou patrné změny v průměru či variabilitě, naopak u nestacionárních časových řad jsou tyto změny patrné. U některých analýz může být nestacionarita problémem a je třeba ji vhodným způsobem odstranit. Při analýze finančních časových řad tento problém nebývá, časové řady logaritmů výnosů bývají ve většině případů stacionární.

S analýzou časových řad souvisí tzv. bílý šum, kterým se označuje  $i$ -tý člen časové řady s normálním rozdělením náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem. Tento název vznikl z toho, že časová řada obsahuje rovnoměrný podíl frekvenčních složek všech vlnových délek, podobně jako bílé světlo obsahuje složky všech barev spektra.

### **3. Kategorizace modelů a jejich odhady**

Při psaní této kapitoly se vychází převážně z Cipra (2008), Arlt (2003), Zmeškal (2004), Alexander (2008), Popelka (2008). Tato kapitola je věnována kategorizaci modelů a jejich odhadům. Je rozčleněna do třech částí. První část popisuje rozdělení modelů dle kritérií a jejich aspektů. Druhá část je věnována metodám odhadu, kde je podrobněji popsána metoda maximální věrohodnosti, která je následně použita v praktické části diplomové práce. Třetí část této kapitoly pojednává o modelech volatility, kde je uvedeno základní dělení těchto modelů, možnosti využití modelů volatility a kritéria hodnocení nejlepšího modelu. Detailněji jsou poté popsány model GARCH a EGARCH, které jsou použity k výpočtům v praktické části diplomové práce.

#### **3.1 Rozdělení modelů dle různých kritérií**

Celá tato podkapitola vychází ze Zmeškal (2004). Finanční modelování je velmi komplexní disciplína. Finanční modely lze dělit pomocí různých kritérií, kterých existuje celá řada. Pro lepší rozhled v celé problematice je uvedeno dělení finančních modelů dle vybraných kritérií a jejich aspektů. Vybraná kritéria rozdělení finančních modelů jsou: (1) finanční aplikace, (2) rozhodovací prostředí, (3) charakteristika matematických modelů a (4) stochastické modely.

##### **3.1.1 Kritérium finanční aplikace**

Dle sféry aplikace lze finanční modely dělit na:

- finanční modely nefinančních institucí (např. finanční modely pro výrobní firmy);
- finanční modely finančních institucí (např. finanční modely pro banky, pojišťovny, investiční společnosti, stavební spořitelny, atd.).

Dále lze finanční modely dělit dle finančních instrumentů, kterými mohou být:

- akcie, burzovní indexy na akcie;
- finanční instrumenty s pevnými příjmy;
- měnové kurzy;
- ceny komodit;
- opce a termínové kontrakty, jak již bylo popsáno výše (viz podkapitola 2.1).

Finanční modely lze dělit také podle typu finanční povahy, jako jsou:

- finanční plánování;
- investiční rozhodování;
- finanční analýza;
- oceňování finančních instrumentů;
- rozdělování finančních aktiv (tvorba portfolia aktiv);
- predikce finančních veličin.

Podle druhů finančních rizikových faktorů, jako je riziko:

- tržní, které souvisí s pohybem tržních faktorů. Tržní riziko se dále dělí na akciové, měnové, úrokové, komoditní a opční;
- kreditní neboli úvěrové, které je spojeno s nebezpečím neplnění finančních závazků;
- operační, které se týká chybovosti lidského faktoru a technických systémů.

Finanční modely lze také členit dle způsobu eliminace finančních rizik, která byla již popsána výše v podkapitole 2.1. Může se jednat o (1) riziko specifické (jedinečné) nebo (2) riziko systematické (faktorové).

### **3.1.2 Kritérium rozhodovacího prostředí**

Dle rozhodovacích podmínek se finanční modely dělí na:

- deterministické modely (za jistoty), jejichž parametry lze stanovit jako reálná čísla;
- stochastické modely (za rizika), jejich vstupní data lze stanovit jako rozdělení pravděpodobnosti;
- modely za nejistoty, jejichž vstupní data lze stanovit pouze pomocí mezních hodnot nebo intervalů (např. fuzzy modely);
- fuzzy-stochastické modely, což je kombinace předchozích modelů.

### **3.1.3 Kritérium charakteristiky matematických modelů**

Podle způsobu vymezení vstupních podmínek finančních modelů se dělí modely na:

- variantní, kde je přesně určený scénář (nebo řada scénářů) a je hledáno chování a řešení finančního systému;
- optimalizační, kde je pro zadané omezení parametrů hledáno optimální řešení a rozhodnutí.

Podle toho, zda model bere v úvahu faktor času lze finanční modely rozdělit na:



- statické, které jsou pouze na jedno období;
- dynamické, u kterých se provádí vývoj a rozhodnutí na více období.

Dále lze dle frekvence zachycení reality dělit dynamické modely na:

- diskrétní, kde je snímání a projekce reality v přesně vymezených intervalech;
- spojitě, kde je zachycení reality stále v nekonečně malých intervalech.

Podle typu závislosti mezi finančními veličinami se finanční modely člení na:

- lineární modely, např. delta model;
- nelineární modely, např. delta-gamma model, apod.

Podle matematického způsobu řešení finančních modelů jsou děleny na:

- analytické, odvozené vzorcem, např. Black-Scholesův model;
- numerické, prováděné aproximačním postupem, např. binomický model;
- simulační, u kterých se generují náhodné scénáře, např. metoda Monte Carlo.

### 3.1.4 Kritérium rozdělení stochastických modelů

Tyto finanční modely se dělí dle účelu na stochastické optimalizační modely a na ekonometrické a predikční modely.

Lineární optimalizační model lze obecně zapsat např. jako suma jedné veličiny (parametru  $c$ ) násobená jinou veličinou (proměnnou  $x$ ), kdy celý výraz je maximalizován nebo minimalizován. Poté je nutné stanovit omezující podmínky jednotlivých parametrů a proměnných (např. suma parametru  $a$  násobená proměnnou  $x$  musí být menší nebo rovna parametru  $b$ , a zároveň proměnná  $x$  musí být větší nebo rovna 0). Stochastické optimalizační modely lze dělit podle druhu náhodné veličiny na:

- rozhodovací modely, kdy náhodné jsou pouze parametry modelu (např.  $a$ ,  $b$ ,  $c$ );
- distribuční modely, kdy náhodné veličiny jsou jak parametry (např.  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) tak i proměnné (např.  $x$ ).

Stochastické modely lze rozlišit dle umístění náhodného parametru, jako jsou:

- náhodné parametry účelové funkce (např.  $c$ );
- náhodné parametry pravé strany omezení (např.  $b$ );
- náhodné parametry levé strany omezení (např.  $a$ );
- náhodné parametry obou stran omezení (např.  $a$  i  $b$ );
- nebo kombinace předchozích možností.

Dále lze stochastické modely dělit podle typu kritérií náhodné účelové funkce jako je:

- střední hodnota funkce užitku založená na axiomech (axiom preference, axiom substituce, axiom tranzitivity, axiom jistotního ekvivalentu);
- bezpečnost především (safety first), kam patří např. kritéria Value at Risk (VaR), minimalizace střední hodnoty ztráty, RAROC (Risk Adjusted Return On Capital).

Stochastické modely lze členit podle typů hedgingových strategií jako jsou:

- minimalizace rozptylu;
- faktorově neutrální přístupy (např. delta hedging, delta-gamma hedging, imunizace);
- minimalizace Value at Risk;
- minimalizace střední hodnoty ztráty (shortfall);
- maximalizace střední hodnoty funkce užitku.

Ekonometrické a predikční modely lze dělit dle fáze uplatnění jako:

- odhad regresní funkce, kde základními metodami odhadu jsou metoda nejmenších čtverců (MNČ) a metoda maximální věrohodnosti;
- testování statistické spolehlivosti a významnosti odhadovaných parametrů, např. parametrické testy, t-testy, F-testy;
- ekonometrická verifikace představující ověření statistických předpokladů pro uplatnění odhadovaných postupů (např. MNČ). Jedná se například o testování heteroskedasticity, autokorelace, multikolinearity, normality rozdělení, apod.

Ekonometrické a predikční modely lze dále rozlišit dle typů dynamických stochastických procesů na:

- časově invariantní, např. modely markovského typu, kdy je rozdělení pravděpodobnosti nezávislé na čase;
- časově variantní, kdy se rozdělení pravděpodobnosti v čase mění.

Dále lze ekonometrické a predikční modely rozdělit dle typů modelovaných vztahů při predikci na:

- kauzální modely, kdy je hledán přímý vztah mezi finančními veličinami, který bude platný i v budoucnosti (např. model CAPM);
- časové řady, kdy je predikovaná veličina odvozena z minulého vývoje této veličiny, např. autoregresivní modely, klouzavé průměry, ARIMA, GARCH, apod.)

### 3.2 Statistické metody odhadu

Finanční modely lze odhadovat několika způsoby. Nejpoužívanějšími metodami odhadu finančních modelů jsou:

- metoda nejmenších čtverců,
- metoda maximální věrohodnosti,
- metoda momentů.

Nejběžnější a nejjednodušší používanou metodou je metoda nejmenších čtverců, při které se hledají odhady parametrů tak, že se vzhledem k těmto parametrům minimalizuje součet čtverců. Model ovšem musí splňovat určité předpoklady:

- $E(\varepsilon_t) = 0$ , tj. střední hodnota reziduální složky musí být nulová pro všechna  $t$ ;
- $\text{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 < \infty$ , tj. rozptyl reziduální složky je konstantní a konečný pro všechna  $t$  (homoskedasticita);
- $\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0$  pro  $s \neq t$ , tj. reziduální složky jsou navzájem nekorelované pro všechna  $s \neq t$  (není autokorelace);
- $\text{cov}(x_{it}, \varepsilon_t) = 0$ , tj. regresory jsou ve stejném čase nebo pro stejnou průřezovou jednotku nekorelované s reziduální složkou pro všechna  $i$  a  $t$ , viz Cipra (2008).

Pokud nejsou tyto předpoklady splněny, měla by být použita jiná metoda odhadu. V tomto případě jsou v praktické části použity modely, které nesplňují podmínku homoskedasticity, a proto je pro odhad modelů vybrána metoda maximální věrohodnosti.

Metoda maximální věrohodnosti má několik výhod mezi něž patří, že odhady touto metodou jsou konzistentní, asymptoticky normální, asymptoticky eficientní<sup>6</sup> a invariantní<sup>7</sup> vzhledem k definici parametru. Přičemž odhad je konzistentní, pokud při rostoucím rozsahu výběru finančního instrumentu  $T$  konverguje v pravděpodobnosti ke skutečné hodnotě odhadovaného parametru. Odhad je eficientní, pokud má vůči jinému odhadu téhož parametru menší rozptyl. Asymptotické vlastnosti odhadu jsou vlastnosti, které platí limitně pro rozsah výběru. Mají pouze teoretický charakter, protože výběry s nekonečným počtem pozorování jsou pouhou teoretickou abstrakcí, viz (Cipra 2008).

Metoda maximální věrohodnosti vychází z předpokladu, že rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých pokusů je známé  $f(\bar{\theta}; y_t, x_t)$ , kde  $\bar{\theta}$  jsou hledané parametry,  $y_t$  je závislá proměnná a  $x_t$  je nezávislá proměnná. Regresní funkce je poté hledána jako

---

<sup>6</sup> efektivní  
<sup>7</sup> neměnný

maximalizace hodnoty funkce sdruženého rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých pokusů, která se nazývá funkce věrohodnosti:

$$L(\vec{\theta}) = \prod_t f(\vec{\theta}; y_t, x_t) \rightarrow \max. \quad (3.1)$$

Po provedení logaritmické transformace je získán výraz:

$$\ln L(\vec{\theta}) = \sum_t \ln f(\vec{\theta}; y_t, x_t) \rightarrow \max. \quad (3.2)$$

Pokud se předpokládá, že jsou hledány parametry lineární regresní funkce  $y_t = a + b \cdot x_t$ , tedy

$\vec{\theta} = [a; b]$  a pokud mají pokusy normální rozdělení, pak:

$$L(a; b) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot (y_t - a - b \cdot x_t)^2 \right], \quad (3.3)$$

$$\ln L(a; b) = \sum_t \ln \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot \left( -\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \right) \cdot \sum_t (y_t - a - b \cdot x_t)^2, \quad (3.4)$$

což musí být maximalizováno. K tomu je navíc třeba, aby výraz  $\sum_t (y_t - a - b \cdot x_t)^2$  byl minimalizován, viz Zmeškal (2004).

Metoda momentů zastřešuje předchozí uvedené metody odhadu, které lze považovat za speciální případy momentových odhadů s tím rozdílem, že nevyžaduje platnost předpokladů. Metoda momentů je založena na teoretickém vyjádření momentů určitých veličin vyplývajících z odhadovaného modelu a závisejících na parametrech tohoto modelu. Zjednodušeně řečeno, spočívá v tom, že se porovnává  $k$  prvních obecných momentů s hodnotami jejich výběrových protějšků. Tím je získáno  $k$  rovnic v proměnných a jejich řešení lze považovat za bodové odhady parametrů.

Pro odhad vybraných modelů v praktické části je použita metoda maximální věrohodnosti.

### 3.3 Modely volatility

Základní charakteristickou vlastností finančních časových řad je, jak již bylo výše zmíněno, leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti, které se vyznačuje vyšší špičkou a těžšími konci. Další důležitou vlastností finančních časových řad je proměnlivá volatilita, shlukování volatility a pákový efekt.

Modely volatility popisují variabilitu finančních časových řad a zabývají se

modelováním podmíněného rozptylu. Modely volatility charakterizují podmíněnou heteroskedasticitu, a proto se nazývají také modely podmíněné heteroskedasticity. Zakladatelem těchto modelů je Engle, který roku 1982 popsal model ARCH<sup>8</sup>, kterým jako první vyjádřil odraz nejistoty a rizika ve finančních časových řadách.

Prostřednictvím modelů volatility lze zachytit měnící se podmínky nejistoty na finančním trhu a díky tomu mají tyto modely obrovské praktické možnosti využití. Používají se k empirickému ověření ekonomických a finančních teorií ohledně finančního trhu. Také nacházejí uplatnění při tvorbě optimálního portfolia či analýze Value at Risk a lze jimi zpřesnit intervalové předpovědi ve finančních časových řadách.

Z hlediska autokorelační struktury časových řad se jedná o modely nelineární, protože charakterizují vývoj podmíněného rozptylu stochastického procesu, a také zahrnují závislost mezi veličinami stochastického procesu, které nejsou lineární. Ale z hlediska funkční formy modelu podmíněného rozptylu lze modely volatility rozlišovat na:

- lineární, např. ARCH, GARCH, IGARCH, FIGARCH, GARCH-M, atd;
- nelineární, např. EGARCH, IEGARCH, FIEGARCH, GJR-GARCH, STGARCH, atd.

Základem modelů volatility je stacionární autoregresní proces prvního řádu, neboli AR(1), který lze vyjádřit následovně:

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.5)$$

kde  $|\phi_1| < 1$  a  $\{\varepsilon_t\}$  je podmíněně heteroskedastický proces s podmíněnou střední hodnotou  $E(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = 0$  a podmíněným rozptylem  $D(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = E_{t-1}(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}) = \sigma_t^2$ , kde  $\Omega_{t-1}$  je relevantní minulé informace až do času t-1. Tyto požadavky splňuje model procesu  $\{\varepsilon_t\}$  ve tvaru:

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \cdot e, \quad (3.6)$$

kde veličiny jsou nezávislé s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem. Pokud je rozdělení náhodné veličiny  $e_t$  normální, za podmínky informace, která je k dispozici v čase t-1, tj.  $e \sim N_{t-1}(0,1)$ , pak je rozdělení náhodné veličiny  $X_t$  také normální, za podmínky informace, která je k dispozici v čase t-1, avšak s podmíněným rozptylem měnícím se v čase, tudíž  $X_t \sim N_{t-1}(0, \sigma_t^2)$ .

V této diplomové práci bude blíže popsán jeden lineární (symetrický) model volatility – GARCH a jeden nelineární (nesymetrický) model volatility EGARCH, které budou

následně použity v praktické části práce. Rozdíl mezi symetrickým GARCH modelem a nesymetrickými GARCH modely spočívá v tom, jak reagují na pozitivní a negativní změny výnosu (pákový efekt). Symetrický GARCH model předpokládá stejnou odezvu podmíněného rozptylu jak na negativní, tak na pozitivní tržní šoky. Naproti tomu nesymetrické GARCH modely umožňují volatilitě reagovat na tyto šoky asymetricky.

Kritériem hodnocení nejlepšího modelu v této diplomové práci je menší směrodatná odchylka, maximalizace věrohodnostní funkce. Dalším hodnotícím kritériem je větší krátkodobá volatilita dle Alexander (2008).

### 3.3.1 Model GARCH

Model GARCH (Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedastic) je symetrický model volatility, který vymyslel dánský ekonom Tim Peter Bollerslev roku 1986. GARCH model je vlastně zobecněný ARCH model, který vynalezl americký ekonom Robert F. Engle<sup>9</sup>.

GARCH model je vlastně mean-reversion model a existují různé modifikace tohoto modelu. Pracuje s podmíněným rozptylem, který může záviset na svých předchozích zpožděných hodnotách. Jedná se o jeden z nejpoužívanějších modelů finančních časových řad. Podmíněný výnos modelu GARCH jako autoregresní proces prvního řádu má tvar:

$$r_t = c + \varepsilon_t, \quad r_t = a_1 \cdot r_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.7)$$

kde  $r_t$  je podmíněný modelovaný výnos, model  $r_t = a_1 \cdot r_{t-1}$ ,  $c$  je konstanta a  $\varepsilon_t$  je náhodná chyba (tržní šok) a platí, že  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ , viz Alexander (2008).

Podmíněný rozptyl modelu GARCH má tvar:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2, \quad (3.8)$$

kde  $\omega$  je úrovněová konstanta,  $\alpha$  je parametr citlivosti náhodné chyby,  $\beta$  je parametr citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu. Dále platí, že  $\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \cdot e$ , kde  $e$  je náhodná veličina a platí  $e \sim N(0,1)$ .

Pro užití modelu musí být splněny podmínky:

$$\omega > 0, \quad \alpha + \beta < 1, \quad \alpha, \beta \geq 0. \quad (3.9)$$

První dvě podmínky zaručují, že nepodmíněný rozptyl  $\bar{\sigma}^2$  je kladný a konečný. Třetí podmínka omezuje kladné hodnoty parametrů modelu GARCH tak, aby podmíněný rozptyl

---

<sup>9</sup> roku 2003 získal Nobelovu cenu

$\sigma_t^2$  byl vždy kladný. Pokud nejsou tyto podmínky splněny nebo pokud je  $\alpha = 0$ , je třeba použít jiný model, viz Alexander (2008).

Parametr citlivosti náhodné chyby  $\alpha$  vyjadřuje míru reakce podmíněné volatility na tržní šoky předchozího období. Čím je koeficient  $\alpha$  větší, tím je volatilita citlivější na tržní změny. Parametr citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu  $\beta$  vyjadřuje perzistenci neboli stálost podmíněné volatility bez ohledu na změny trhu. Čím větší je koeficient  $\beta$ , tím déle doznívá vliv tržní krize na volatilitu. Součet  $\alpha + \beta$  udává míru konvergence podmíněného rozptylu neboli, jak rychle se podmíněný rozptyl vrací k dlouhodobé průměrné úrovni (k dlouhodobému nepodmíněnému rozptylu  $\bar{\sigma}^2$ ). Pokud je tento součet vysoký (např. nad 0,99), tak časová struktura předpovědi volatility pomocí modelu GARCH je relativně plochá. Výpočet dlouhodobého nepodmíněného rozptylu  $\bar{\sigma}^2$  modelu GARCH je:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1 - (\alpha + \beta)}, \quad (3.10)$$

viz Alexander (2008).

Odhad modelu GARCH pomocí metody maximální věrohodnosti dle (3.1) a (3.3) je následující:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{t,t-1}^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_{t,t-1}^2} \right], \quad (3.11)$$

kde  $\theta = [\omega; \alpha; \beta]$ . Po logaritmické transformaci dle vztahů (3.2) a (3.4) je získáno:

$$\ln L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[ \ln(\sigma_{t,t-1}^2) + \left( \frac{\varepsilon_t}{\sigma_{t,t-1}} \right)^2 \right]. \quad (3.12)$$

Nyní jen stačí dosadit model GARCH do metody maximální věrohodnosti a celý výraz maximalizovat:

$$\sum_t l = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[ \ln(\omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2) + \left( \frac{x_t - a_1 \cdot r_t}{\omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2} \right)^2 \right] \rightarrow \max. \quad (3.13)$$

### 3.3.2 Model EGARCH

Model EGARCH je jedním z nesymetrických GARCH modelů, které dle Alexander (2008) téměř vždy lépe odpovídají datům s denní frekvencí. Symetrický GARCH model oproti tomu může vykazovat ekvivalentní výsledky již při datech s týdenní frekvencí, což

bude v této práci také ověřováno.

EGARCH model je exponenciální GARCH model, který byl představen Nelsonem v roce 1991. Tento model je specifikován jako logaritmus podmíněného rozptylu, což zaručuje, kladný podmíněný rozptyl a není již třeba definovat omezující podmínky.

Podmíněný výnos modelu EGARCH je stejný jako u symetrického modelu GARCH, viz vztah (3.2). Standardizovaný EGARCH model podmíněného rozptylu je definován pomocí standardizované normální proměnné  $z_t$  a asymetrické funkce odpovědi:

$$g(z_t) = \theta_z + \gamma \cdot \left( |z_t| - \sqrt{2/\pi} \right), \quad (3.14)$$

kde  $z_t$  je náhodná veličina, která má normální normované rozdělení  $z_t \sim N(0,1)$  a je počítána dle vztahu:

$$z_t = \left( \frac{r_t - a_1 \cdot r_{t-1}}{\hat{\sigma}_t} \right), \quad (3.15)$$

kde  $\hat{\sigma}_t$  je počáteční odhad podmíněné standardizované odchylky. Logaritmus podmíněného rozptylu dle modelu EGARCH je poté následující:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + g(z_{t-1}) + \beta \cdot \ln(\sigma_{t-1}^2). \quad (3.16)$$

Samotný podmíněný rozptyl lze poté vypočítat pomocí vztahu:

$$\sigma_t^2 = \exp(\ln(\sigma_t^2)). \quad (3.17)$$

Jelikož kladný podmíněný rozptyl je zaručen samotným vzorcem pro logaritmus podmíněného rozptylu (3.6), nejsou zde uvedeny žádné omezující podmínky. Vzorec pro dlouhodobý nepodmíněný rozptyl  $\bar{\sigma}^2$  pro model EGARCH je následující:

$$\bar{\sigma}_t^2 = \exp\left(\frac{\omega}{1-\beta}\right). \quad (3.18)$$

Odhad modelu EGARCH metodou maximální věrohodnosti dle (3.1) a (3.3) je stejné jako u modelu GARCH jen s rozdílnými parametry:

$$L(\omega, \theta, \gamma, \beta) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{t,t-1}^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_{t,t-1}^2}\right], \quad (3.19)$$

Po logaritmické transformaci dle vztahů (3.2) a (3.4) je získáno:

$$\ln L(\omega, \theta, \gamma, \beta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[ \ln(\sigma_{t,t-1}^2) + \left( \frac{\varepsilon_t}{\sigma_{t,t-1}} \right)^2 \right]. \quad (3.20)$$



Nyní opět stačí dosadit model EGARCH do metody maximální věrohodnosti a celý výraz maximalizovat:

$$\sum_t l = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[ \ln(\omega + g(z_{t-1}) + \beta \cdot \ln(\sigma_{t-1}^2)) + \left( \frac{x_t - a_1 \cdot r_t}{\omega + g(z_{t-1}) + \beta \cdot \ln(\sigma_{t-1}^2)} \right)^2 \right] \rightarrow \max \quad (3.21)$$

V tomto modelu úrovněová konstanta  $\omega$  nemá význam, protože nemá na tento odhad žádný vliv.

## 4. Odhad parametrů vybraných modelů a vyhodnocení

V praktické části diplomové práce jsou provedeny odhady modelů GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti pro akcie Google a index S&P500 s denní, týdenní, měsíční frekvencí a pro kurzu eura s denní frekvencí.

Tato kapitola je rozdělena na několik částí dle finančních instrumentů. Jsou zde provedeny analýzy těchto časových řad a test normality. Poté je vytvořen odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti a výsledky jsou mezi sebou srovnány. Dále jsou porovnány skutečné a modelované výnosy a skutečné a modelované rozptyly a je zjišťováno, který model se lépe hodí na zmiňované časové řady.

Kritériem hodnocení při rozhodování o výběru nejlepšího modelu je velikost maximalizace věrohodnostní funkce, menší směrodatná odchylka a grafické porovnání skutečnosti s modelem.

### 4.1 Vstupní data

V praktické části diplomové práce jsou analyzovány jednotlivé časové řady. Data byla stažena z webových stránek společnosti Yahoo <http://finance.yahoo.com> a ČNB <http://www.cnb.cz>. Jako vstupní data byly použity ceny akcie Google a ceny akciového indexu S&P500 s denní, týdenní a měsíční frekvencí a kurz eura s denní frekvencí. Všechny ceny jsou od začátku roku 2005 do konce roku 2012. K výpočtům jsou použity programy MS Excel a E-Views.

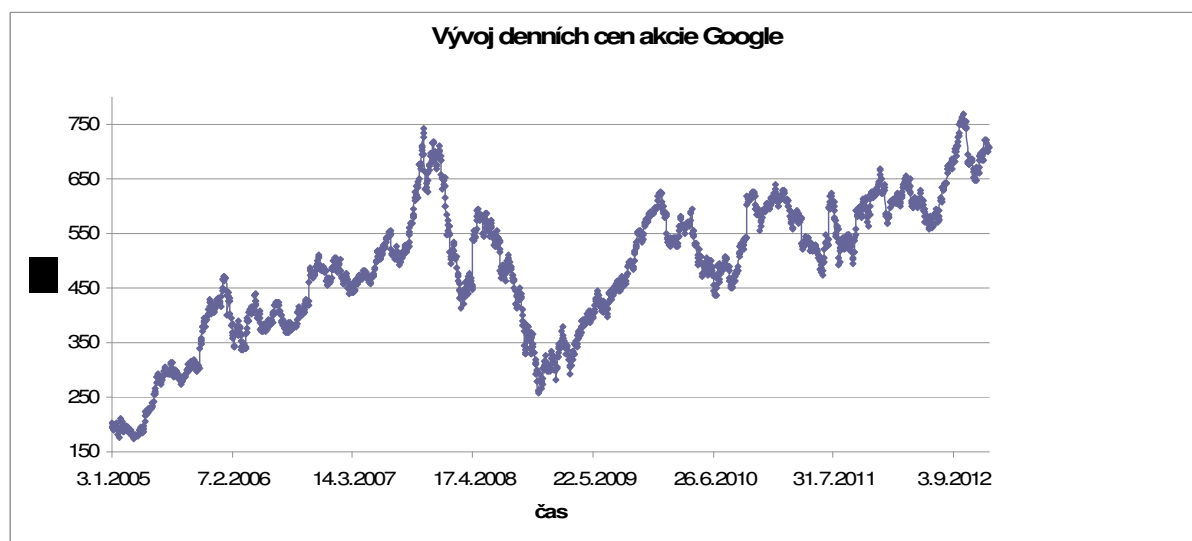
### 4.2 Odhad modelů pro akcie Google

Nejprve je provedena analýza časových řad akcií, ve které jsou uvedeny grafy vývoje cen akcií. Všechny ceny jsou uvedeny v amerických dolarech (USD). Poté jsou ceny akcií přepočítány pomocí vzorce (2.2) na logaritmické výnosy akcií, je testována normalita jednotlivých časových řad a jsou vypočteny charakteristiky poloh a variability. Následně jsou provedeny odhady modelů GARCH pomocí vztahů (3.7) – (3.13) a EGARCH pomocí vztahů (3.14) – (3.21) na jednotlivých časových řadách akcií za předpokladu normality. Výsledky jsou pak mezi sebou porovnány.

#### 4.2.1 Akcie Google s denní frekvencí

Vývoj cen akcií společnosti Google s denní frekvencí je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.1 Vývoj denních cen akcie Google

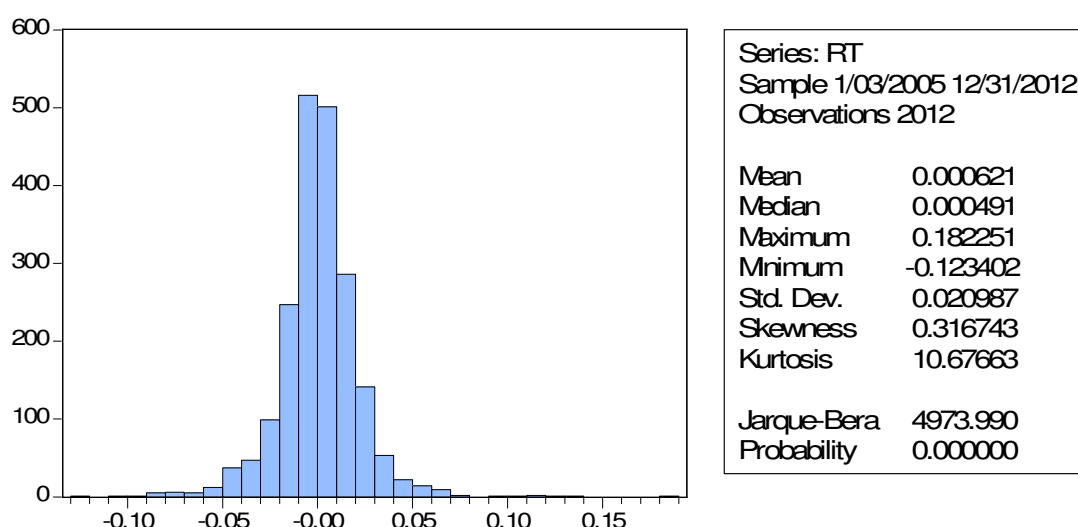


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.1 zachycuje uzavírací ceny akcie Google s denní frekvencí dat. Vývoj cen akcie Google je velmi volatilní. Je zde zřetelně viditelný zásah finanční krizí. Hodnota akcie Google byla na svém vrcholu v prosinci 2007, poté klesala až do března 2008, kdy po dobu dvou měsíců rostla, ale od května 2008 je zřetelný další velký pád, jehož dno sahá do listopadu 2008, poté cena opět roste vzhůru. Nejvyšší cena akcie Google za celé zobrazené období je v říjnu roku 2012, kdy cena akcie vzrostla nad svou výši před finanční krizí.

Uzavírací ceny akcie byly postupně přepočítány na výnosy pomocí vzorce (2.2). Předpoklad normality, kdy logaritmy výnosů  $r_t$  mají mít normální rozdělení s konstantní střední hodnotou  $\mu$  a konstantním rozptylem  $\sigma^2$ , který se testuje pomocí JB testu a základní statistické charakteristiky výnosů akcie jsou zobrazeny níže.

Obr. 4.1 Histogram a popisné charakteristiky denních výnosů akcie Google



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Z Obr. 4.1 je vidět, že střední hodnota  $\mu$  logaritmu výnosů  $r_t$  je téměř nulová, šikmost se také pohybuje kolem nuly a rozdělení je mírně vychýlené vpravo. Špičatost je větší než 3, takže zobrazené rozdělení pravděpodobnosti je špičatější než normální. Dle JB testu, jehož hodnota je větší než kritická (5,99), je zřejmé, že normalita rozdělení výnosů není potvrzena. Potvrdilo se, jak je psáno v podkapitole (2.2.1), že finanční časové řady mají leptokurtické rozdělení s vyšší špičkou a těžšími konci. Kladný medián vypovídá o tom, že se denní výnosy akcie pohybují častěji v kladných hodnotách.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro výnosy akcie s denní frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.1 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro denní výnosy akcie

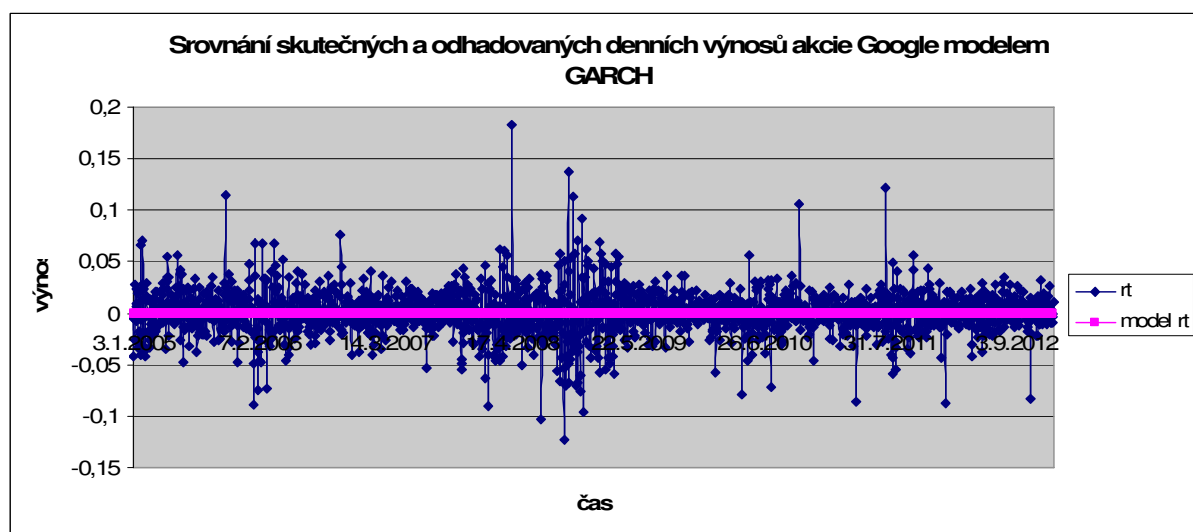
Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$a_1$	0	$a_1$	0,011206735
$\omega$	2,29601E-06	$\omega$	-0,12258335
$\alpha$	0,039784957	$\beta$	0,98335154
$\beta$	0,960115043	$\theta$	-0,030039209
$\alpha+\beta$	0,9999	$\gamma$	0,089606388
max. věrohodnostní fce	6907,900742	max. věrohodnostní fce	6944,328406
dlouhodobý rozptyl	2,296%	dlouhodobý rozptyl	0,063%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,152	směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,025

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Jelikož v odhadu modelu GARCH  $\alpha_1$  vychází rovno 0, je modelovaný výnos roven 0 a tržní šok je roven skutečnému výnosu ( $r_t = \varepsilon_t$ ). Parametr  $\beta$  modelu GARCH je poměrně vysoký nad 0,9, což znamená, že na podmíněnou volatilitu déle doznívá vliv tržní krize. Také součet  $\alpha + \beta$  je poměrně vysoký nad 0,99, z čehož vyplývá, že časová struktura předpovědi volatility pomocí modelu GARCH je relativně plochá. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  modelu GARCH vychází 2,3%. Naproti tomu v modelu EGARCH dlouhodobá nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  vychází menší 0,06%, což je dle Alexander (2008) obecně považováno za lepší. Směrodatná odchylka modelu GARCH je 0,152. V modelu EGARCH je směrodatná odchylka také menší 0,025, tudíž by měl být model EGARCH pro modelování akcií Google s denní frekvencí přesnější.

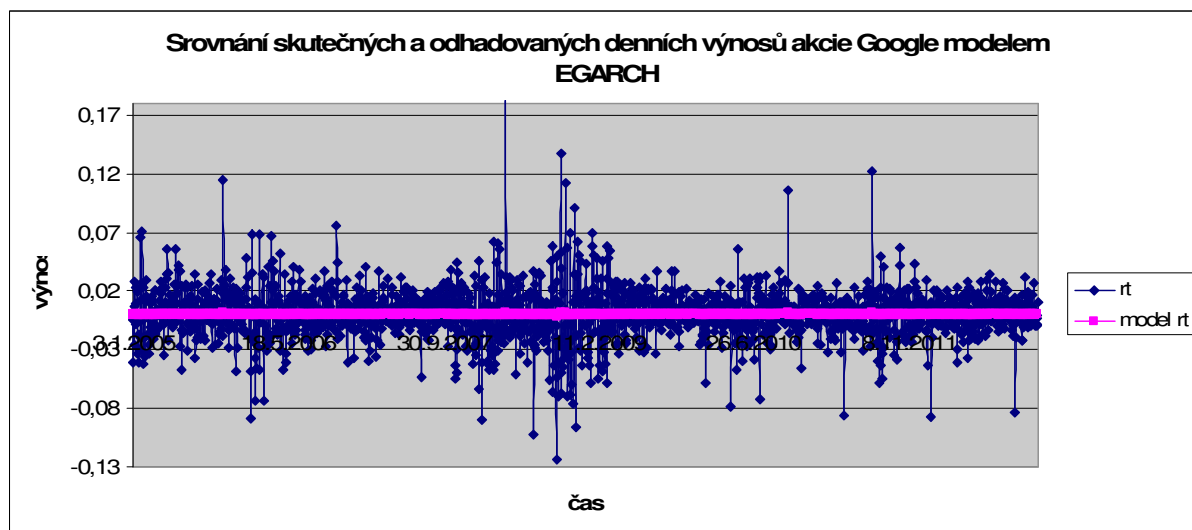
Porovnání skutečných a modelovaných denních výnosů jednotlivých modelů je zobrazeno následovně.

Graf 4.2 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů akcie Google modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.3 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů akcie Google modelem EGARCH

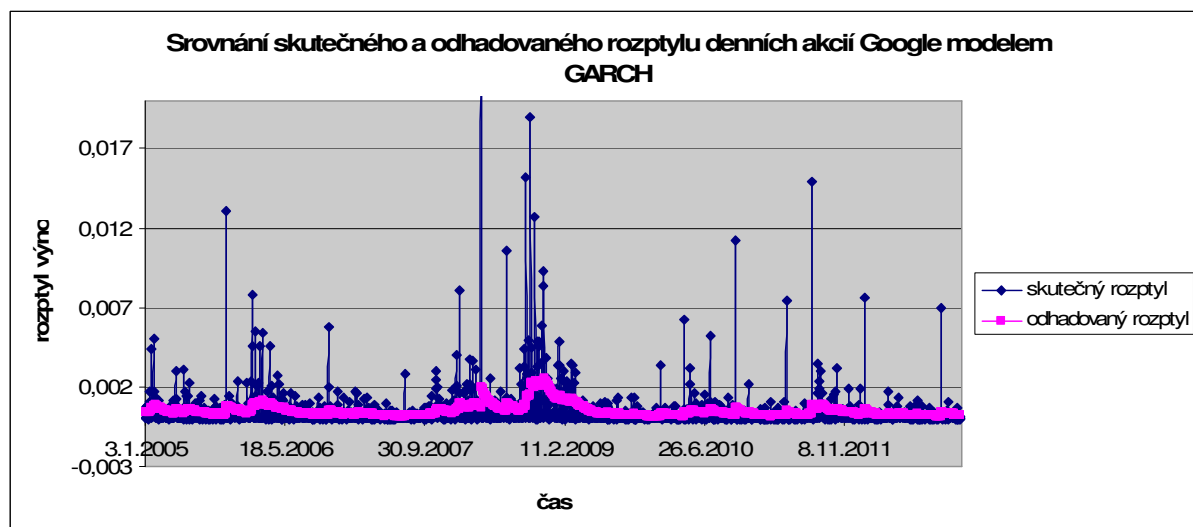


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

V Grafu 4.2 je zřetelně vidět, co již bylo zmíněno výše – modelované denní výnosy akcie jsou nulové. Jelikož jsou denní modelované výnosy konstantní, model GARCH příliš nekoresponduje se skutečnými denními výnosy akcie. V Grafu 4.3 se model výnosů pohybuje kolem nulové hodnoty, což není špatně, ale díky tomu model EGARCH téměř vůbec nevystihuje skutečné výnosy.

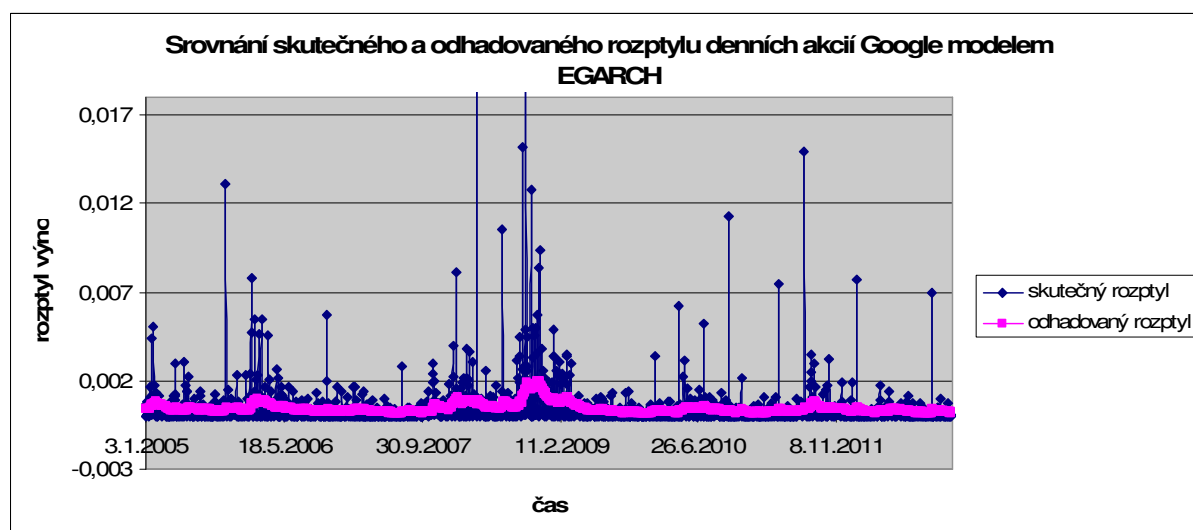
V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečného a modelovaného rozptylu denních výnosů akcie Google.

Graf 4.4 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu denních akcií Google modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.5 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu denních akcií Google modelem EGARCH

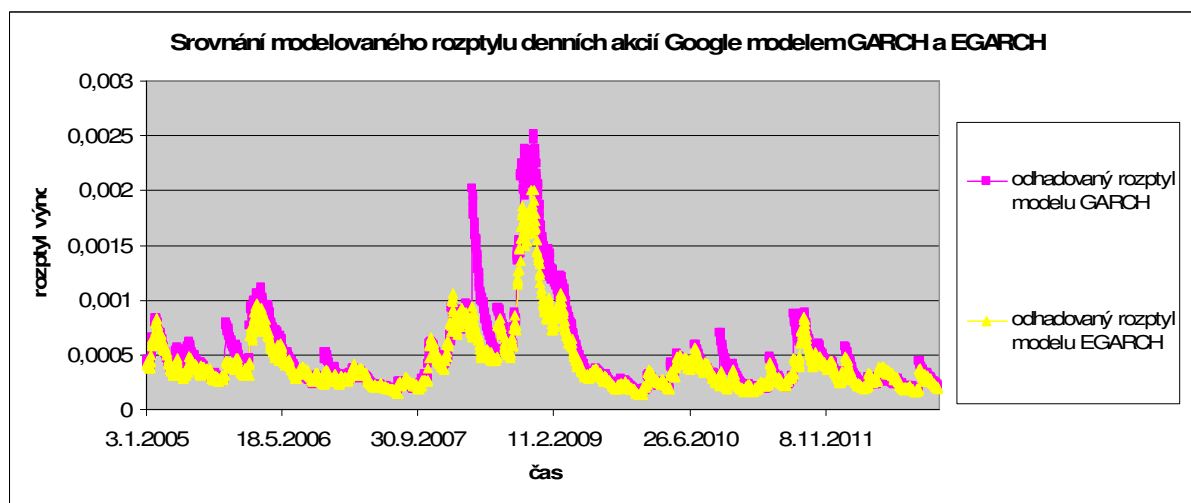


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Modelované rozptyly obou modelů jsou velmi podobné, jsou méně volatilní než skutečný rozptyl denních výnosů akcií, ale pohybují se správným směrem. Oba modely se přibližují skutečnosti.

Srovnání modelovaných rozptylů obou modelů je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.6 Srovnání modelovaného rozptylu denních akcií Google modelem GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

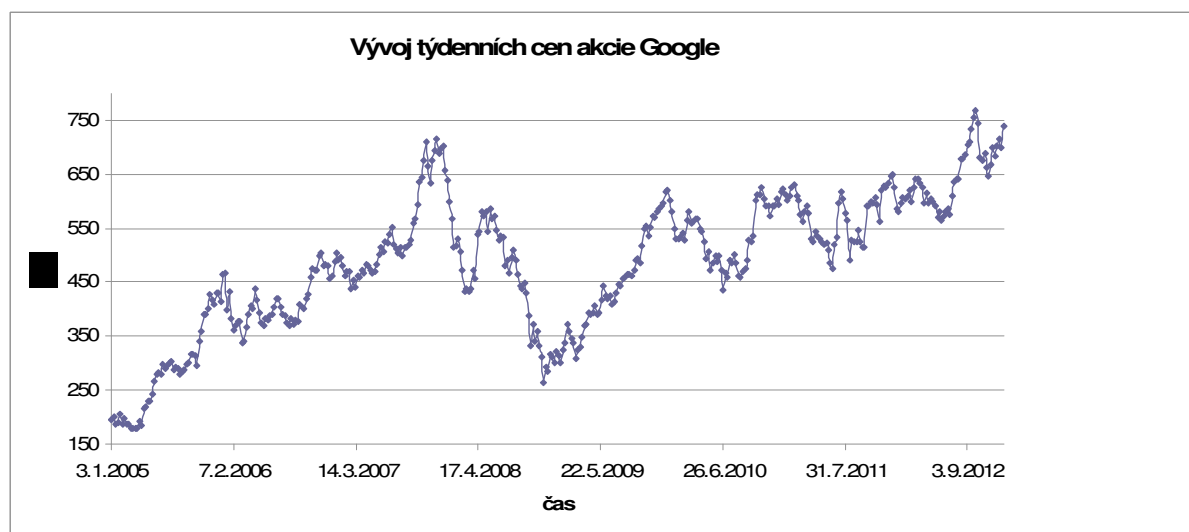
Při srovnání modelovaných rozptylů obou modelů vidíme, že výsledky se značně liší. Modelovaný rozptyl pomocí modelu GARCH je znatelně volatilnější. Dle Alexander (2008) má model, který vykazuje celkově vyšší krátkodobou volatilitu, lepší vypovídací schopnost, protože lépe reaguje na tržní šoky. V tomto případě se jedná o model GARCH, ale jeho vyšší krátkodobá volatilita může být také způsobena vysokým parametrem citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu  $\beta$ , díky kterému na volatilitu déle doznívá vliv tržní krize. Doporučeným modelem pro akcie Google s denní frekvencí je model EGARCH.

#### 4.2.2 Akcie Google s týdenní frekvencí

Vývoj cen akcií společnosti Google s týdenní frekvencí je uveden v následujícím grafu.



Graf 4.7 Vývoj týdenních cen akcie Google

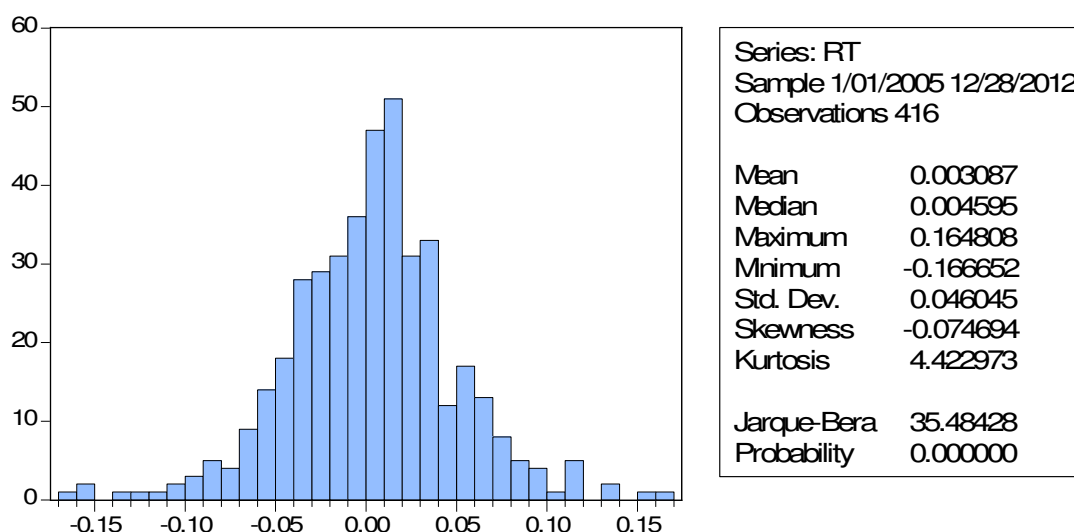


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf vývoje týdenních cen akcie Google je skoro totožný s Grafem 4.1 vývoje denních cen akcií Google. Jsou zde zaznamenány stejné vrcholy i pády cen této akcie.

Uzavírací ceny akcie jsou opět přepočítány na výnosy pomocí vzorce (2.2). Předpoklad normality, kdy logaritmy výnosů  $r_t$  mají mít normální rozdělení s konstantní střední hodnotou  $\mu$  a konstantním rozptylem  $\sigma^2$ , který se testuje pomocí JB testu a základní statistické charakteristiky výnosů akcie jsou zobrazeny níže.

Obr. 4.2 Histogram a popisné charakteristiky týdenních výnosů akcie Google



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

U logaritmických výnosů akcií s týdenní frekvencí se střední hodnota opět pohybuje kolem nuly, ale je o něco vyšší než u dat s denní frekvencí. I přesto, že zde JB test vyšel nižší než v minulém případě, není ani toto pravděpodobnostní rozdělení výnosů normální. Šikmost je záporná a špičatost je opět větší než 3. Kladný medián naznačuje, že se týdenní výnosy akcie pohybují častěji v kladných hodnotách.

Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro výnosy akcie s týdenní frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.2 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro týdenní výnosy akcie

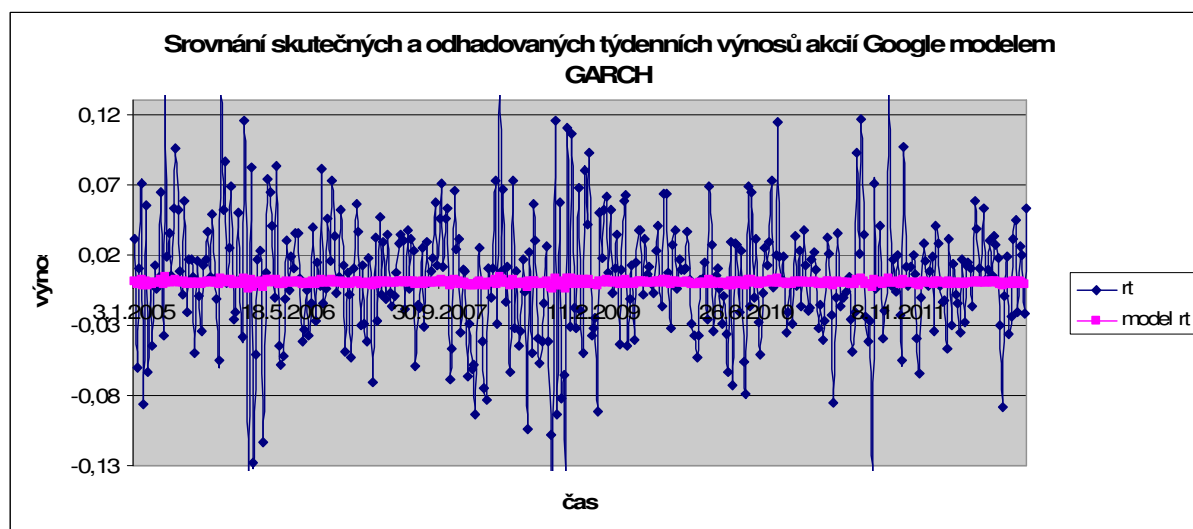
Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$a_1$	0,025702078	$a_1$	0,073547645
$\omega$	0,000116984	$\omega$	-0,444493115
$\alpha$	0,103375381	$\beta$	0,927163382
$\beta$	0,841451888	$\theta$	-0,103770583
$\alpha+\beta$	0,944827269	$\gamma$	0,198347525
max. věrohodnostní fce	1090,381274	max. věrohodnostní	1093,743491
dlouhodobý rozptyl	0,212%	dlouhodobý rozptyl	0,224%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,046	směrodatná odchylka	0,047

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Zde již v modelu GARCH parametr  $a_1$  vychází v nenulové výši. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  vychází 0,21% a směrodatná odchylka je 0,046. Dlouhodobý rozptyl  $\bar{\sigma}^2$  modelu EGARCH je 0,22% a směrodatná odchylka činí 0,047. Zde jsou nepodmíněné rozptyly a směrodatné odchylky téměř stejné, nepodmíněné volatility se liší jen o 0,01% a směrodatné odchylky o 0,001, tudíž by měl být pro modelování akcií s týdenní frekvencí nepatrně lepší model GARCH.

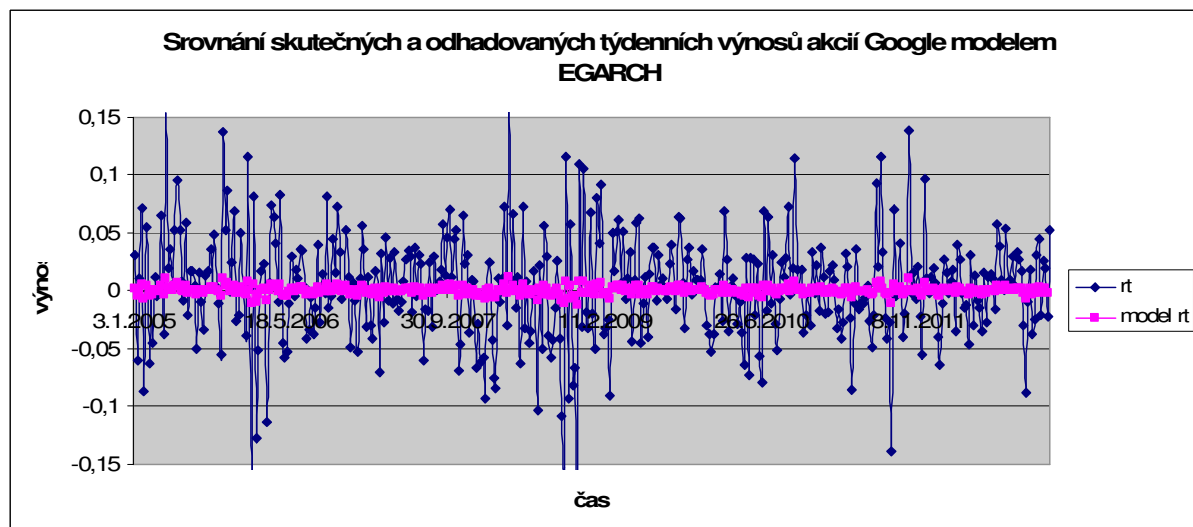
V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečných a odhadovaných výnosů akcie Google s týdenní frekvencí jednotlivými modely.

Graf 4.8 Srovnání skutečných a odhadovaných týdenních výnosů akcií Google modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.9 Srovnání skutečných a odhadovaných týdenních výnosů akcií Google modelem EGARCH



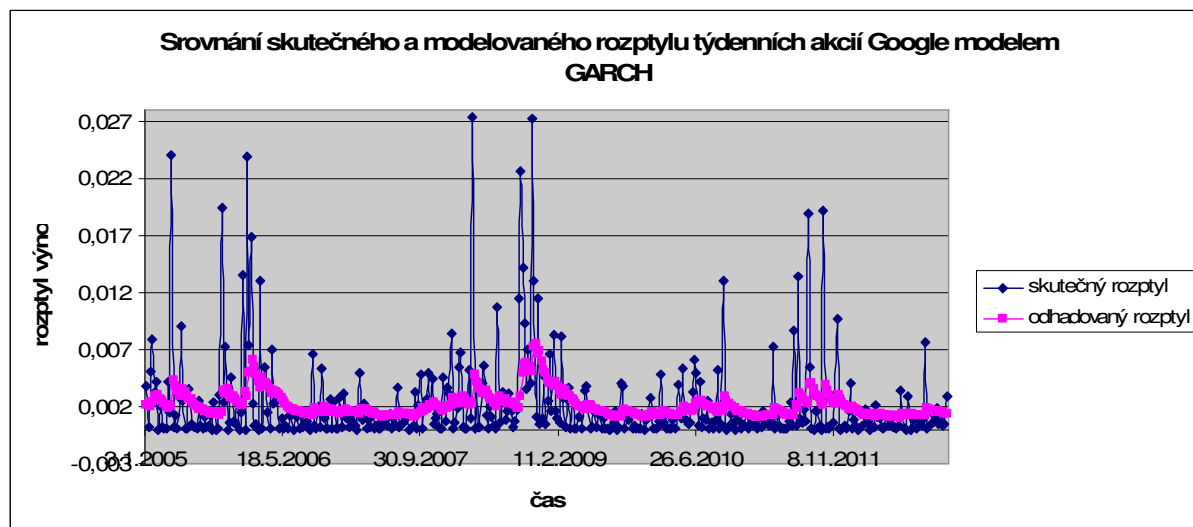
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Grafy skutečných a modelovaných výnosů jsou u obou modelů opět velmi podobné, u obou modelů modelované týdenní výnosy kolísají kolem hodnoty 0. Na týdenních výnosech akcií je již lépe vidět, že modelované výnosy lépe následují skutečné výnosy. Volatilita je zřetelnější u modelu EGARCH v Grafu 4.9.

V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečného a modelovaného rozptylu

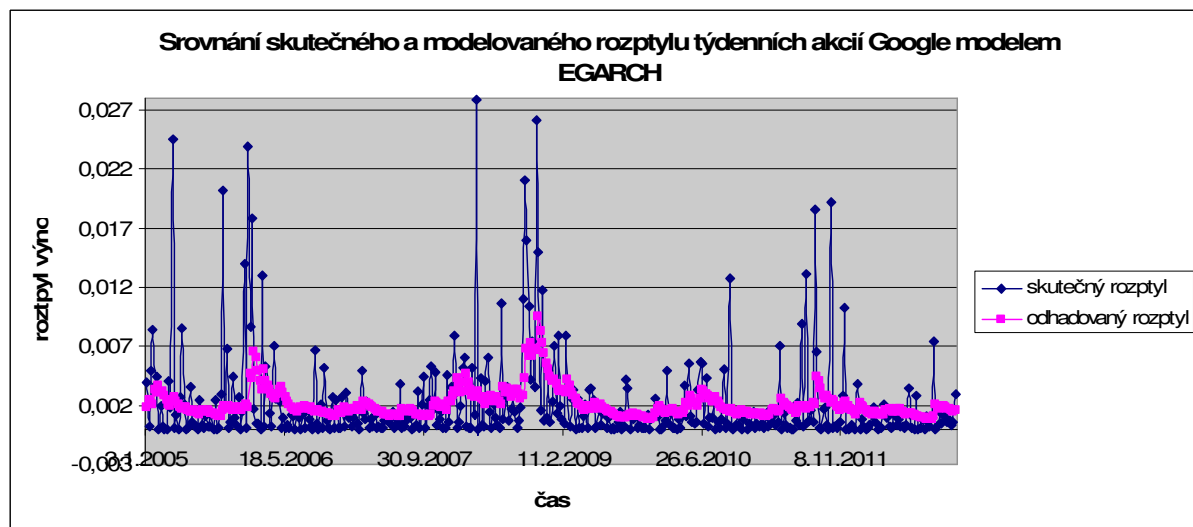
týdenních výnosů akcie Google.

Graf 4.10 Srovnání skutečného a modelovaného rozptylu týdenních akcií Google modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.11 Srovnání skutečného a modelovaného rozptylu týdenních akcií Google modelem EGARCH

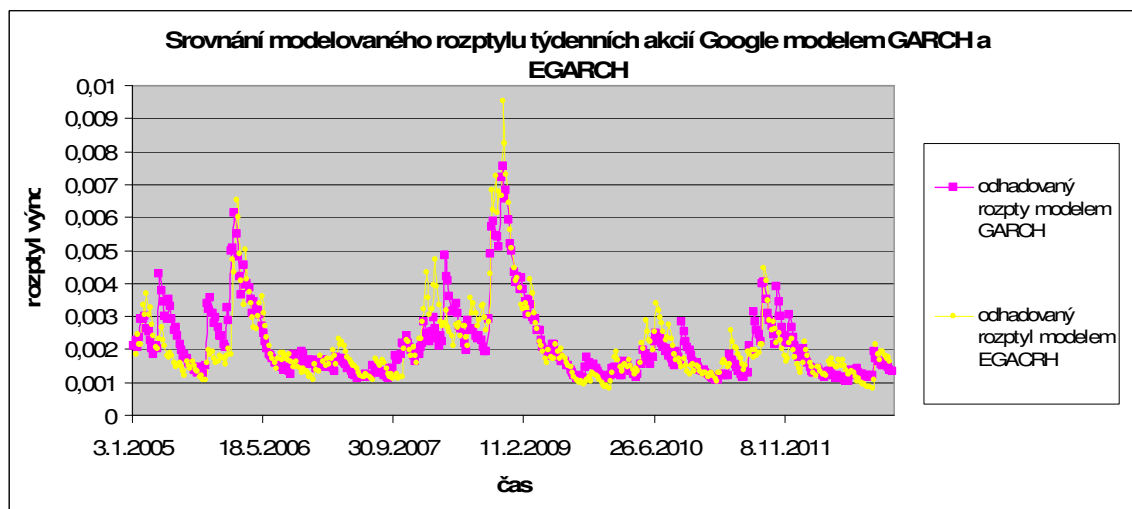


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Zde je již vidět jistý rozdíl mezi modelovaným rozptylem výnosů modelu GARCH a EGARCH. Model GARCH napodobuje rozptyl týdenních výnosů akcie Google o něco přesněji než model EGARCH, zejména v poslední třetině Grafu 4.10 a 4.11, což potvrzují i výsledky výpočtů směrodatných odchylek, i když jen nepatrně.

Srovnání obou modelů je znázorněno v následujícím grafu.

Graf 4.12 Srovnání modelovaného rozptylu týdenních akcií Google modelem GARCH a EGARCH



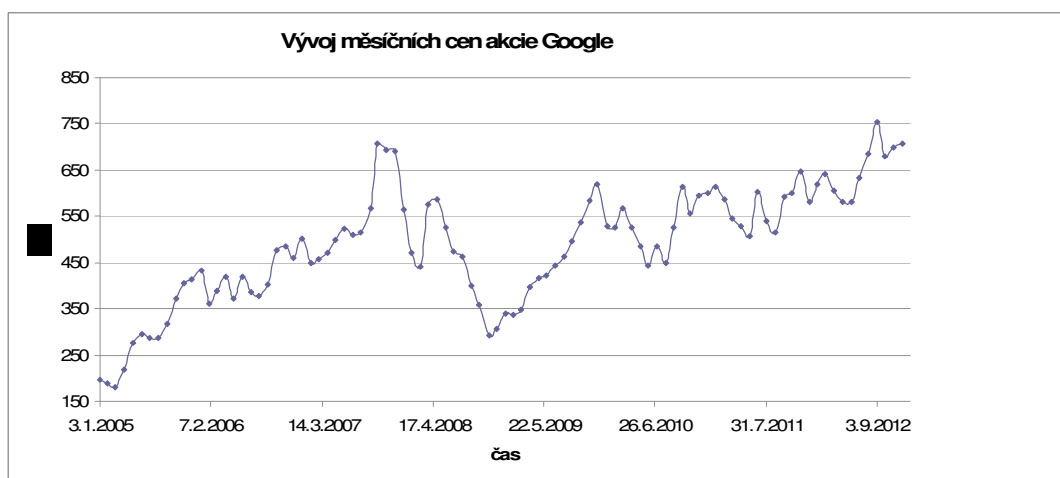
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Znázorněné rozptyly obou modelů v Grafu 4.12 se opět významně liší, tentokrát však v opačném gardu. Volatilnější je modelovaný rozptyl pomocí modelu EGARCH. Lepší vypovídací schopnost by v tomto případě měl mít model EGARCH, protože dle Alexander (2008) lépe reaguje na tržní šoky. Pro modelování rozptylu výnosů týdenních akcií Google je lepší model EGARCH.

#### 4.2.3 Akcie Google s měsíční frekvencí

Vývoj cen akcií společnosti Google s měsíční frekvencí je zobrazen následovně.

Graf 4.13 Vývoj měsíčních cen akcie Google

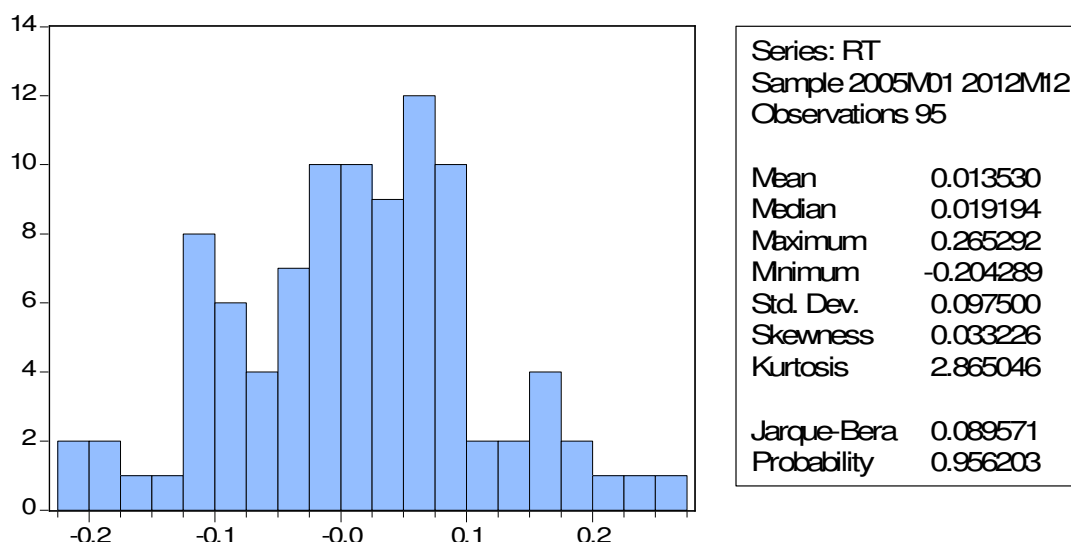


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.13 je opět velmi podobný grafům vývoje denních i týdenních cen akcie Google.

Uzavírací ceny akcie byly opět přepočítány na výnosy pomocí vzorce (2.2). Předpoklad normality, který se testuje pomocí JB testu a základní statistické charakteristiky výnosů akcie jsou zobrazeny níže.

Obr. 4.3 Histogram a popisné charakteristiky měsíčních výnosů akcie Google



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Pravděpodobnostní rozdělení měsíčních výnosů akcie vyšlo dle JB testu normální, ale jelikož test není statisticky významný, nedá dle tohoto testu příliš rozhodovat. Šikmost je zde kladná a špičatost téměř dosahuje hodnoty 3. Kladný medián naznačuje, že se měsíční výnosy akcie pohybují častěji v kladných hodnotách.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro výnosy akcie s měsíční frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.3 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro měsíční výnosy akcie

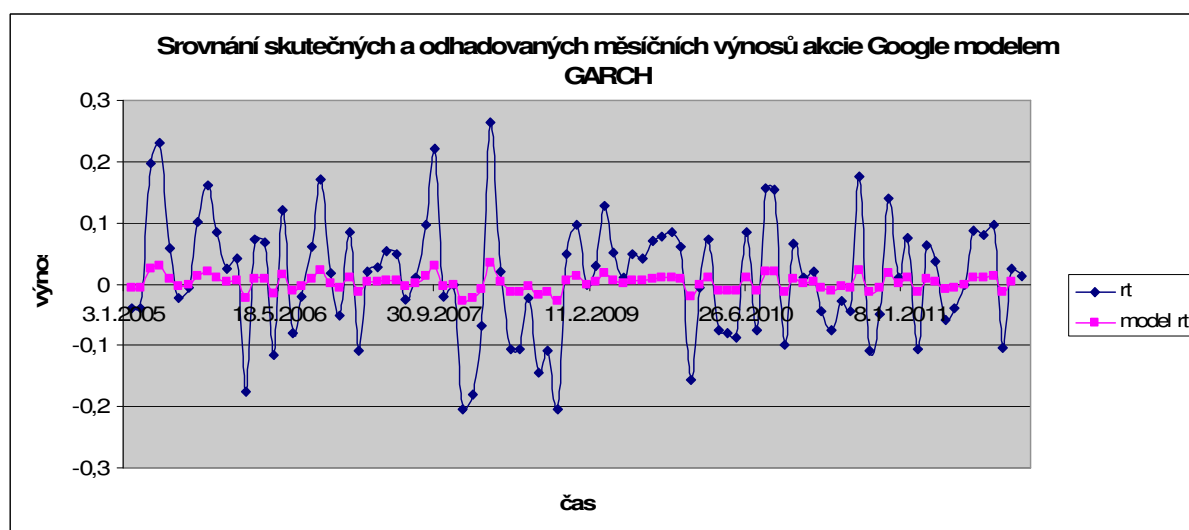
Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$\alpha_1$	0,130588673	$\alpha_1$	0,174103096
$\omega$	0,002163596	$\omega$	-0,790848616
$\alpha$	0	$\beta$	0,829236484
$\beta$	0,762316072	$\theta$	-0,066362097
$\alpha + \beta$	0,762316072	$\gamma$	-0,464967905
max. věrohodnostní fce	171,7940998	max. věrohodnostní fce	176,1785259
dlouhodobý rozptyl	0,910%	dlouhodobý rozptyl	0,974%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,095	směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,099

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Jelikož v odhadu modelu GARCH se hodnota  $\alpha$  rovná 0, nemá model GARCH vypovídací schopnost a je nevhodný pro další použití při modelování volatility, tudíž by měl být použit jiný typ modelu GARCH. Z tohoto důvodu je model EGARCH vybrán pro modelování měsíčních výnosů akcie jako lepší. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita modelu EGARCH je 0,974% a směrodatná odchylka činí 0,099.

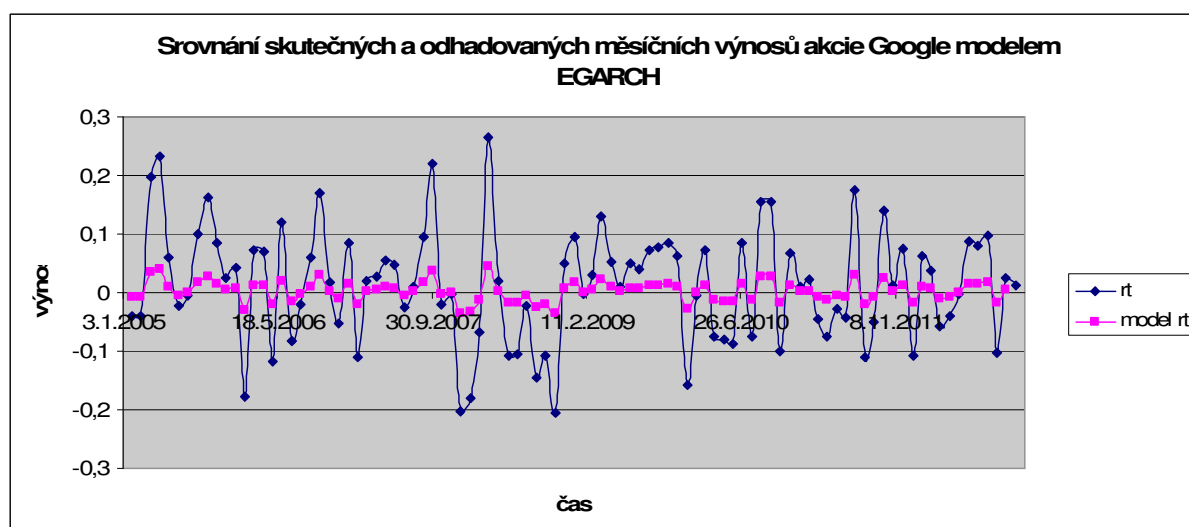
Porovnání skutečných a modelovaných měsíčních výnosů jednotlivých modelů je zobrazeno následovně.

Graf 4.14 Srovnání skutečných a odhadovaných měsíčních výnosů akcie Google modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

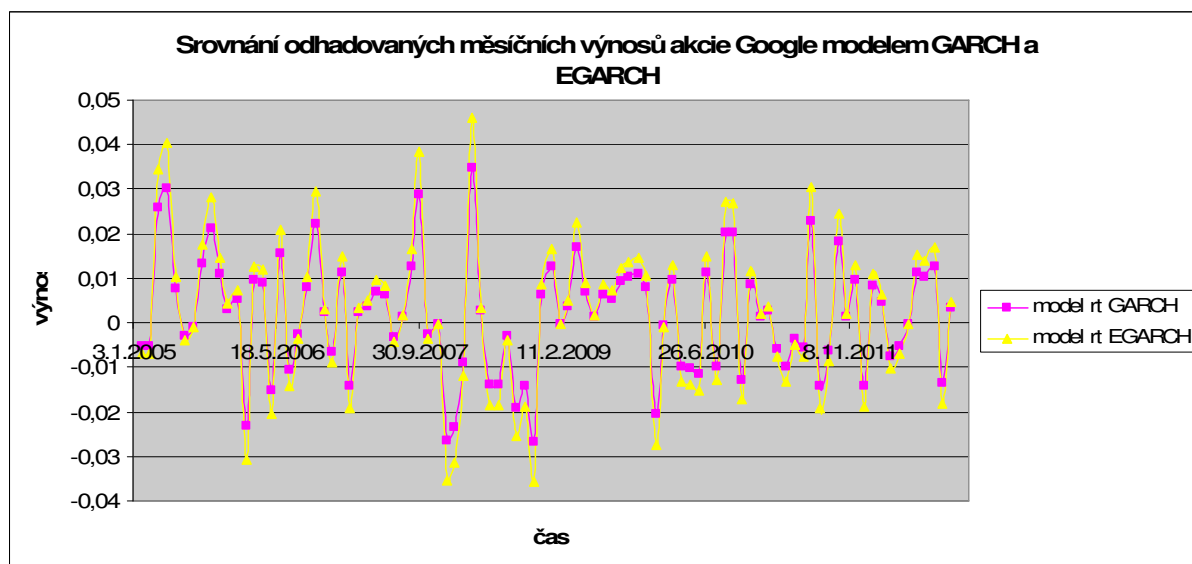
Graf 4.15 Srovnání skutečných a odhadovaných měsíčních výnosů akcie Google modelem EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graficky jsou modelované měsíční výnosy akcie prakticky stejné, poměrně dobře odpovídají skutečným měsíčním výnosům akcie, jen s menší volatilitou. Pro detailní srovnání jsou modelované výnosy modelu GARCH a EGARCH uvedeny v následujícím grafu.

Graf 4.16 Srovnání odhadovaných měsíčních výnosů akcie Google modelem GARCH a EGARCH



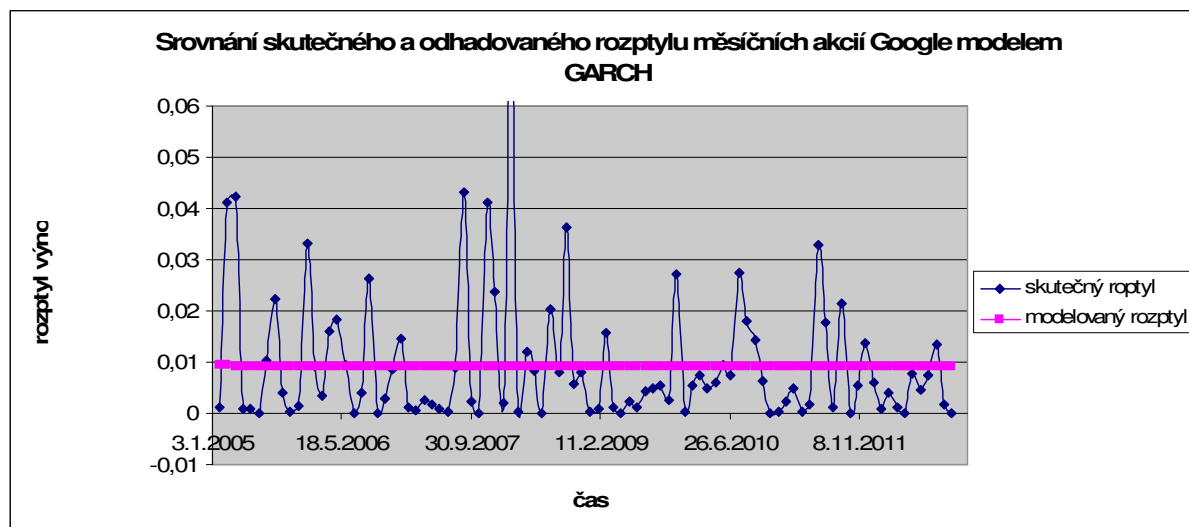
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

V tomto grafu lze pozorovat, že větší volatilitu má model EGARCH, tudíž je přesnější i jako model pro modelování výnosů akcií.

V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečného a modelovaného rozptylu měsíčních výnosů akcie Google.

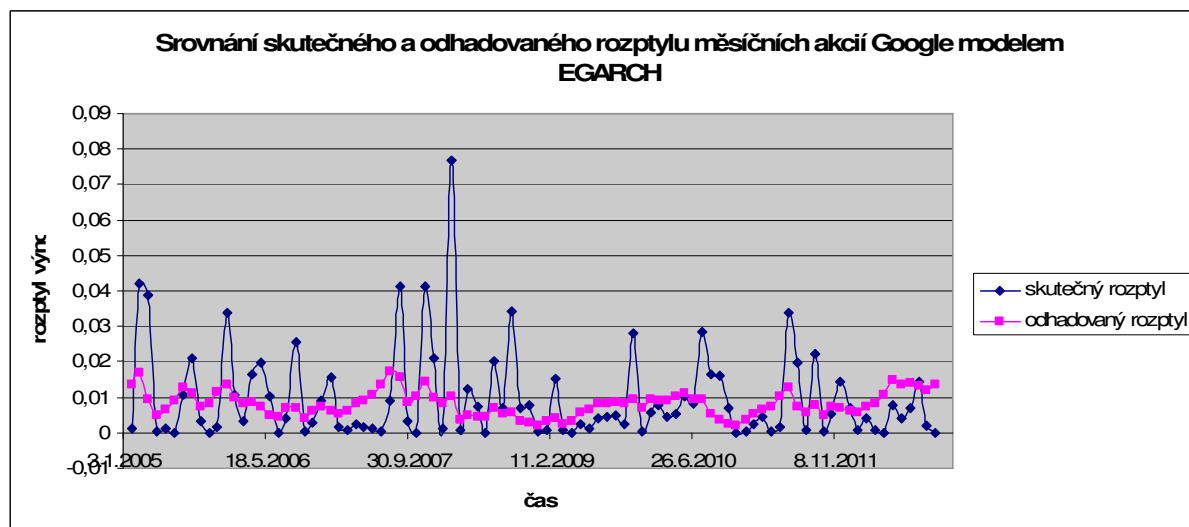


Graf 4.17 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu měsíčních akcií Google modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.18 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu měsíčních akcií Google modelem EGARCH

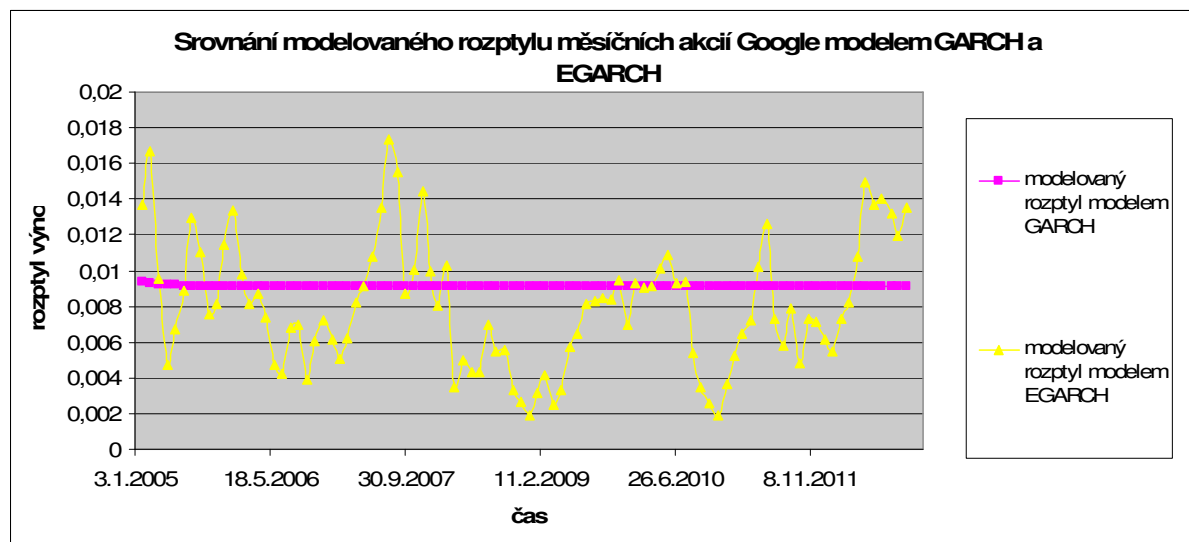


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Modelovaný rozptyl měsíčních výnosů modelu GARCH dle Grafu 4.17 je téměř stále ve stejné výši, protože hodnota  $\alpha$  vyšla rovno 0. Díky tomu se skutečný rozptyl nepromítne do modelu GARCH a modelovaný rozptyl ovlivňuje pouze úrovněová konstanta  $\omega$  a jeho zpožděné hodnoty násobené parametrem citlivosti  $\beta$ . Tento model je pro modelování rozptylu měsíčních výnosů akcií nevhodný.

Skutečný rozptyl je více volatilní než odhadovaný modelovaný rozptyl měsíčních výnosů akcie modelem EGARCH. Tento model je pro modelování rozptylu měsíčních výnosů akcií použitelný.

Graf 4.19 Srovnání modelovaného rozptylu měsíčních akcií Google modelem GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Srovnání modelovaných rozptylů obou modelů je skoro zbytečné komentovat. Pro modelování rozptylu výnosů akcie Google s měsíční frekvencí byl vybrán jako lepší model EGARCH.

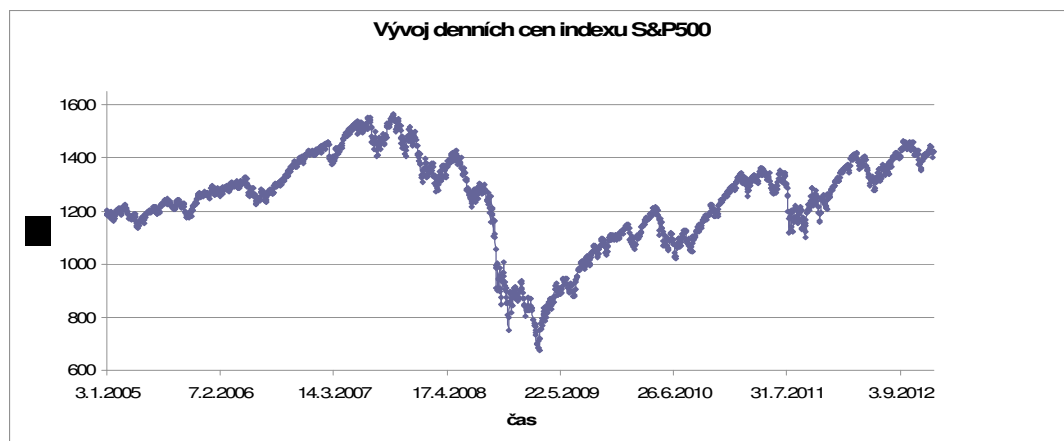
### 4.3 Odhad modelů pro burzovní index S&P500

Stejně jako u akcií je nejprve provedena analýza časových řad akcií, ve které jsou uvedeny grafy vývoje cen burzovního indexu S&P500. Všechny ceny jsou uvedeny v amerických dolarech (USD). Poté jsou ceny indexu S&P500 přepočítány pomocí vzorce (2.2) na logaritmické výnosy indexu S&P500, je testována normalita jednotlivých časových řad a jsou vypočteny charakteristiky poloh a variability. Následně jsou provedeny odhady modelů GARCH pomocí vztahů (3.6) – (3.12) a EGARCH pomocí vztahů (3.13) – (3.19) na jednotlivých časových řadách indexu S&P500 za předpokladu normality. Výsledky jsou pak mezi sebou porovnány.

#### 4.3.1 Burzovní index S&P500 s denní frekvencí

Vývoj cen burzovního indexu S&P500 s denní frekvencí dat je znázorněn v následujícím grafu.

Graf 4.20 Vývoj denních cen indexu S&P500

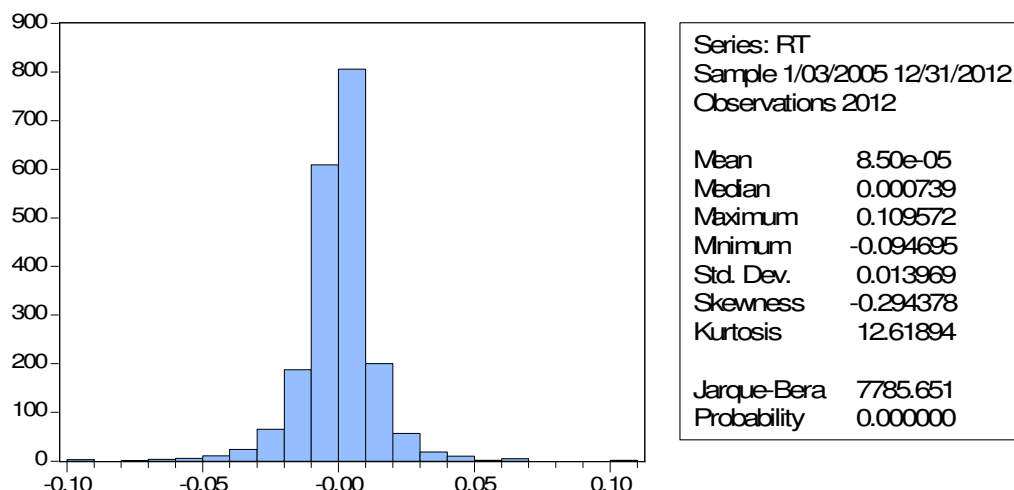


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Vývoj cen indexu S&P500 také zasáhla finanční krize. Cena indexu S&P500 má klesající tendenci již od října 2007 a na samé dno se dostala v březnu 2009, což by mohlo znamenat, že na ni účinky finanční krize působily déle než na samotné akcie. Také je vidět, že „vrchol“, kterého bylo dosaženo před krizí, ještě nebyl překonán, přesto má cena indexu S&P500 stále rostoucí tendenci.

Po přepočtu cen na logaritmické výnosy byla testována normalita a propočítány jednotlivé statistiky.

Obr. 4.4 Histogram a popisné charakteristiky denních výnosů indexu S&P500



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Střední hodnota denních výnosů indexu S&P500 je velmi nízká, téměř nulová. Špičatost je zde záporná a šikmost je velmi vysoká. Opět je zde viditelné, že pravděpodobnostní rozdělení je špičatější než normální. JB test potvrzuje, že rozdělení není normální.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro výnosy indexu S&P500 s denní frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.4 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro denní výnosy indexu S&P500

Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$a_1$	0	$a_1$	-0,061588025
$\omega$	1,28525E-06	$\omega$	-0,193094775
$\alpha$	0,102934272	$\beta$	0,978170062
$\beta$	0,896965728	$\theta$	-0,136352662
$\alpha+\beta$	0,9999	$\gamma$	0,131272542
max. věrohodnostní fce	8183,777489	max. věrohodnostní fce	8231,862784
dlouhodobý rozptyl	1,285%	dlouhodobý rozptyl	0,014%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,113368848	směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,012001717

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

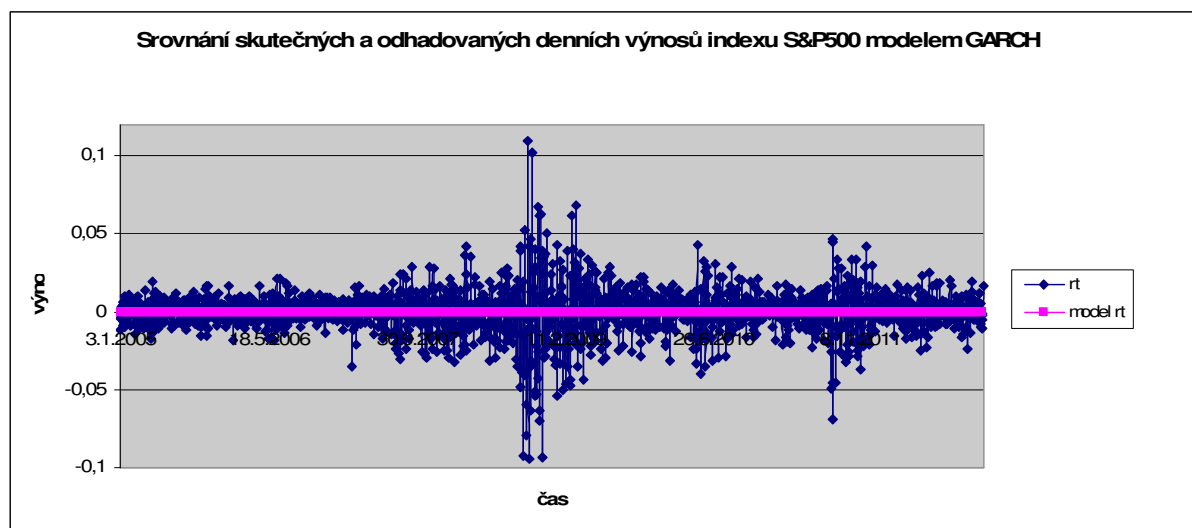
V odhadu modelu GARCH stejně jako u denních výnosů akcie  $a_1$  vychází rovno 0, tudíž tržní šok je roven skutečnému výnosu ( $r_t = \varepsilon_t$ ). Také součet parametrů  $\alpha + \beta$  je poměrně vysoký, nad 0,99, z čehož vyplývá, že časová struktura předpovědi volatility pomocí modelu GARCH je relativně plochá. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  vychází 1,285% a směrodatná odchylka je 0,113.

Dlouhodobá nepodmíněná volatilita modelu EGARCH vychází 0,002% a směrodatná

odchylka je 0,005, což je dle Alexander (2008) lepší, než u modelu GARCH, tudíž by měl být model EGARCH pro modelování indexu S&P500 s denní frekvencí přesnější.

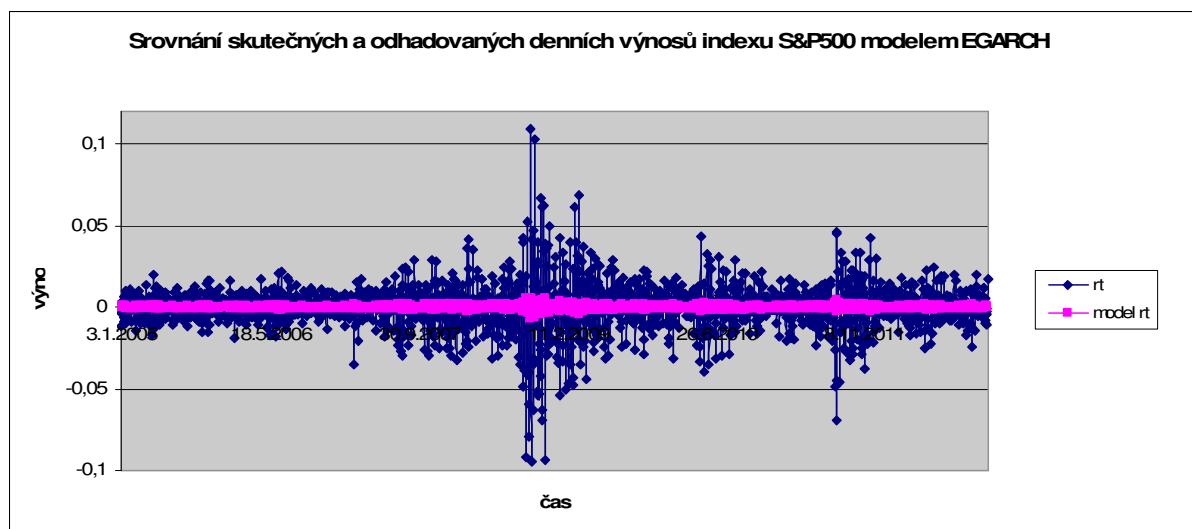
Porovnání skutečných a modelovaných denních výnosů indexu S&P500 jednotlivých modelů je zobrazeno následovně.

Graf 4.21 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.22 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů indexu S&P500 modelem EGARCH

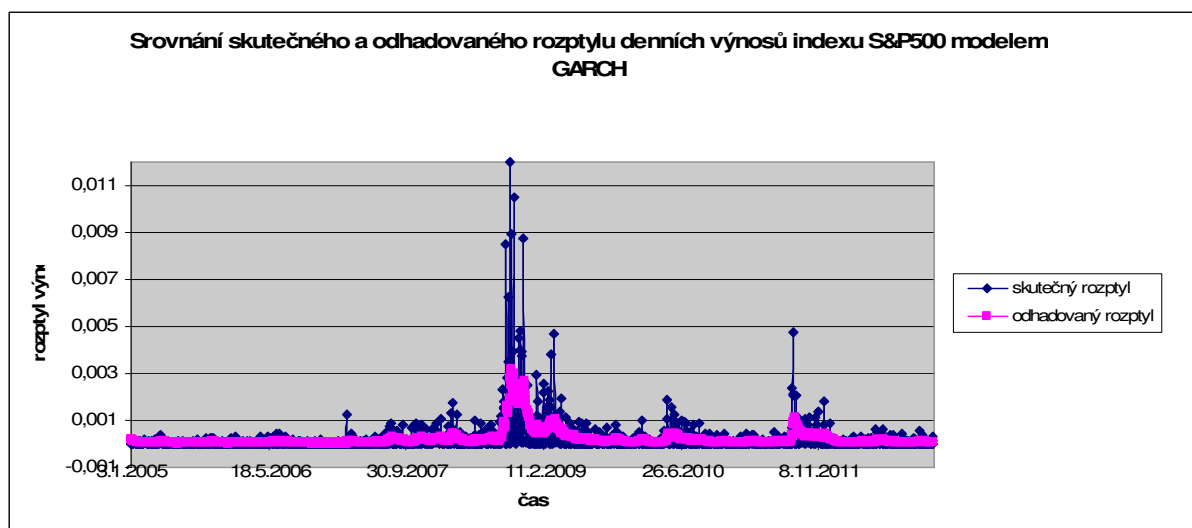


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.21 vypadá téměř totožně jako Graf 4.2 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů akcie Google modelem GARCH. Nemá příliš dobrou vypovídací schopnost. Graf 4.22 vykazuje aspoň mírné kolísání kolem nulové hodnoty, také je velmi podobný grafu srovnání skutečných a modelovaných denních výnosů akcie Google modelem EGARCH (Graf 4.3).

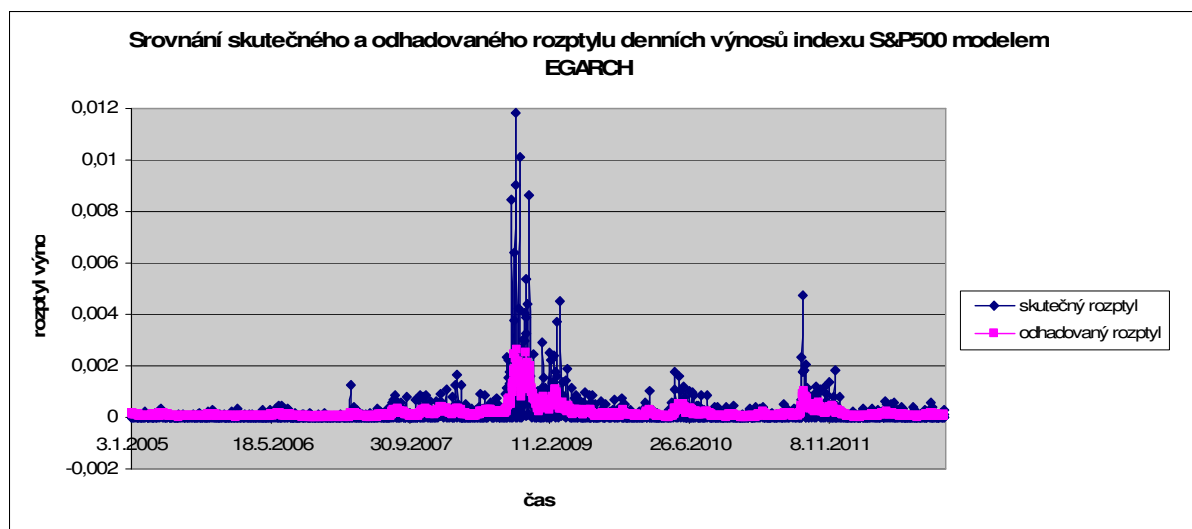
V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečného a modelovaného rozptylu denních výnosů indexu S&P500.

Graf 4.23 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu denních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.24 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu denních výnosů indexu S&P500 modelem EGARCH

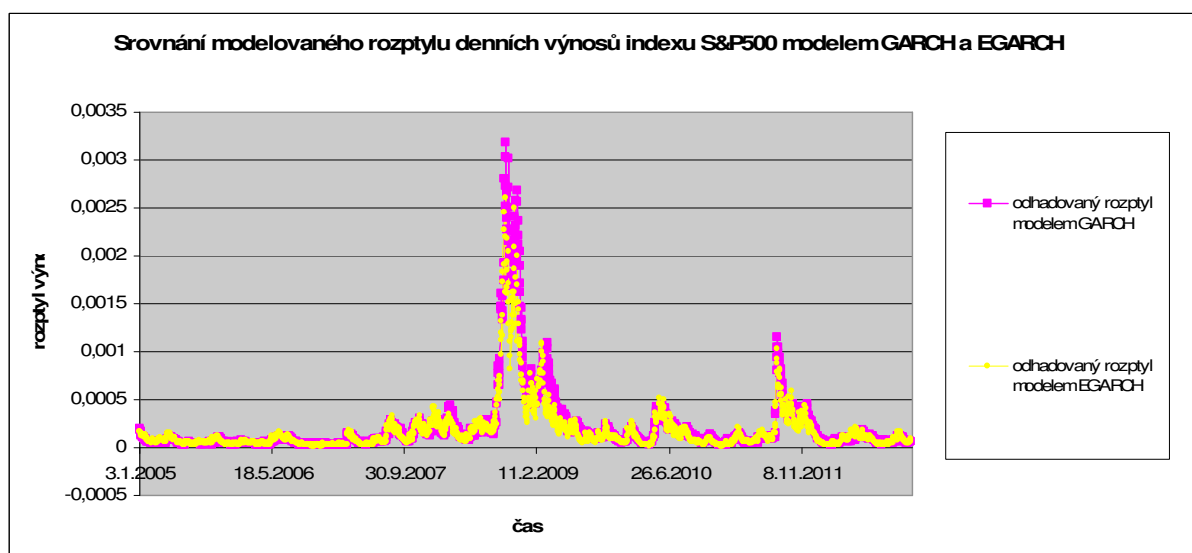


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Modelované rozptyly obou modelů jsou opět velmi podobné, jsou méně volatilní než skutečný rozptyl denních výnosů indexu S&P500, ale pohybují se správným směrem. Oba modely se blíží skutečnosti.

Srovnání modelovaných rozptylů obou modelů je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.25 Srovnání modelovaného rozptylu denních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH a EGARCH



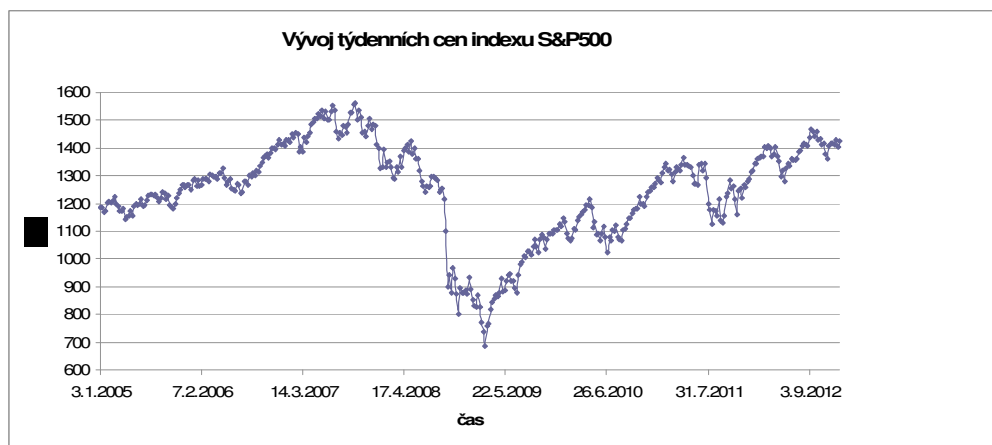
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Při srovnání modelovaných rozptylů obou modelů vidíme, že výsledky se liší jen málo. Modelovaný rozptyl pomocí modelu GARCH je o něco více volatilní a měl by mít lepší vypovídací schopnost, protože lépe reaguje na tržní šoky. Dle směrodatné odchylky je ale lepší model EGARCH.

#### 4.3.2 Burzovní index S&P500 s týdenní frekvencí

Vývoj cen burzovního indexu S&P500 týdenní frekvencí dat je znázorněn v následujícím grafu.

Graf 4.26 Vývoj týdenních cen indexu S&P500



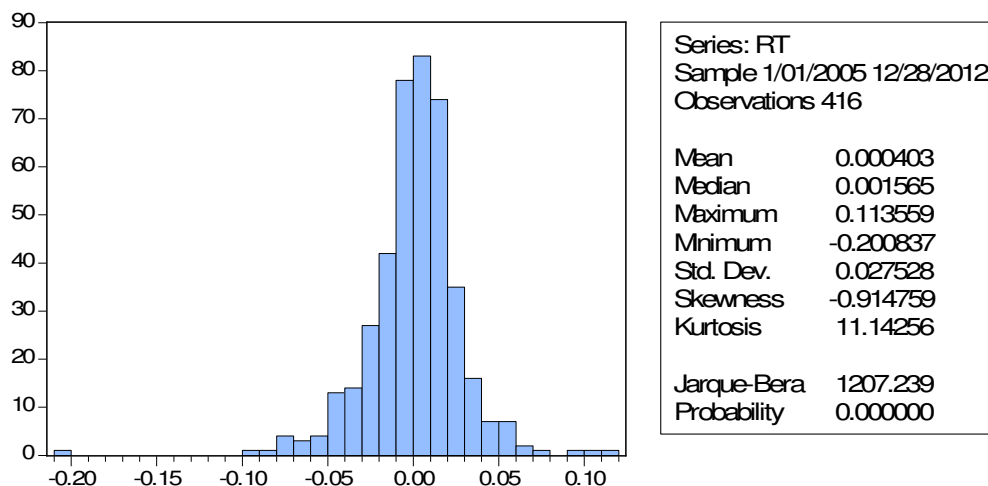
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Vývoj týdenních cen indexu S&P500 velmi podobný vývoji denních cen tohoto indexu, viz Graf 4.20.

Po přepočtu cen na logaritmické výnosy byla testována normalita JB testem a propočítány jednotlivé statistiky.

Obr. 4.5 Histogram a popisné charakteristiky týdenních výnosů indexu S&P500





Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Střední hodnota týdenních výnosů indexu S&P500 je velmi nízká. Šikmost je záporná a špičatost je opět vysoká. JB test opět nepotvrdil normální rozdělení, jedná se o leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti výnosů.

Odhady parametrů modelů GARCH a EGARCH pro výnosy indexu S&P500 s týdenní frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.5 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro týdenní výnosy indexu S&P500

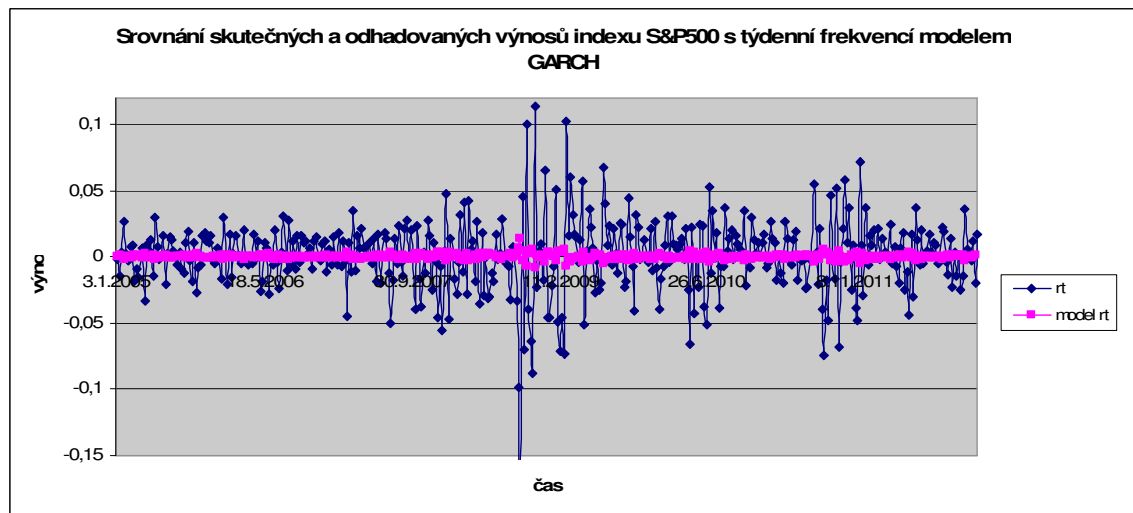
Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$a_1$	-0,068278471	$a_1$	-0,071845045
$\omega$	5,25017E-05	$\omega$	-0,811281443
$\alpha$	0,267911833	$\beta$	0,892005538
$\beta$	0,665922549	$\theta$	-0,259683305
$\alpha+\beta$	0,933834382	$\gamma$	0,28798791
max. věrohodnostní fce	1368,23262	max. věrohodnostní fce	1383,578122
dlouhodobý rozptyl	0,079%	dlouhodobý rozptyl	0,055%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,028168941	směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,02337

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Parametr  $a_1$  modelu GARCH i modelu EGARCH vychází záporný. Parametr citlivosti  $\alpha$  modelu GARCH, který vyjadřuje míru reakce podmíněné volatility na tržní šoky předchozího období, je nad 0,1, což znamená, že volatilita tohoto modelu je velmi citlivá na tržní změny. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  modelu GARCH je 0,08% a směrodatná odchylka je 0,028. Nepodmíněná volatilita modelu EGARCH je o 0,02% menší. A také směrodatná odchylka modelu EGARCH je nižší, činí 0,023. V tomto případě je pro modelování týdenních výnosů indexu S&P500 lepší model EGARCH.

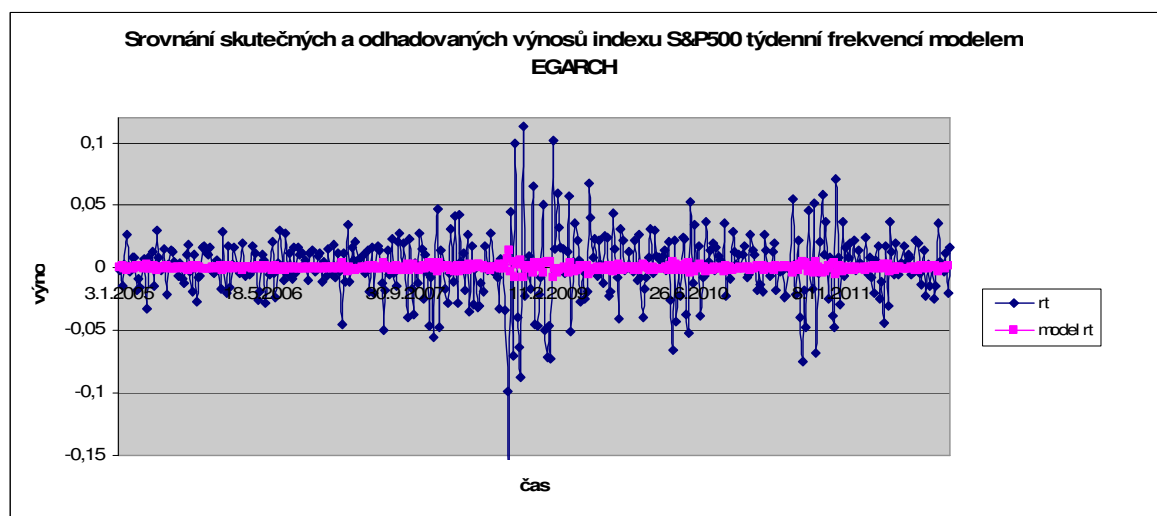
Porovnání skutečných a modelovaných týdenních výnosů indexu S&P500 jednotlivých modelů je zobrazeno následovně.

Graf 4.27 Srovnání skutečných a odhadovaných týdenních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.28 Srovnání skutečných a odhadovaných týdenních výnosů indexu S&P500 modelem EGARCH

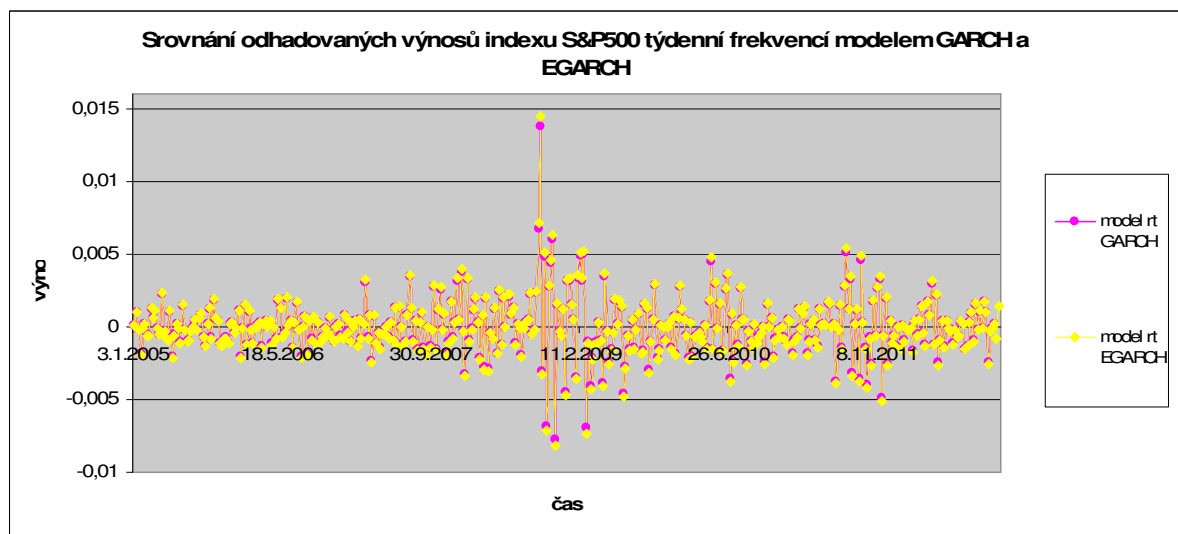


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Grafy 4.27 a 4.28 jsou skoro identické. Schopnost předpovědi výnosů indexu S&P500 je téměř stejná a velmi malá. Oba grafy vykazují pouze velmi mírné kolísání kolem nulové hodnoty. Pro upřesnění, jak moc jsou modelované výnosy modelů GARCH a EGARCH podobné, jsou v následujícím grafu porovnány ve zvětšeném měřítku pouze modelované

výnosy obou těchto modelů.

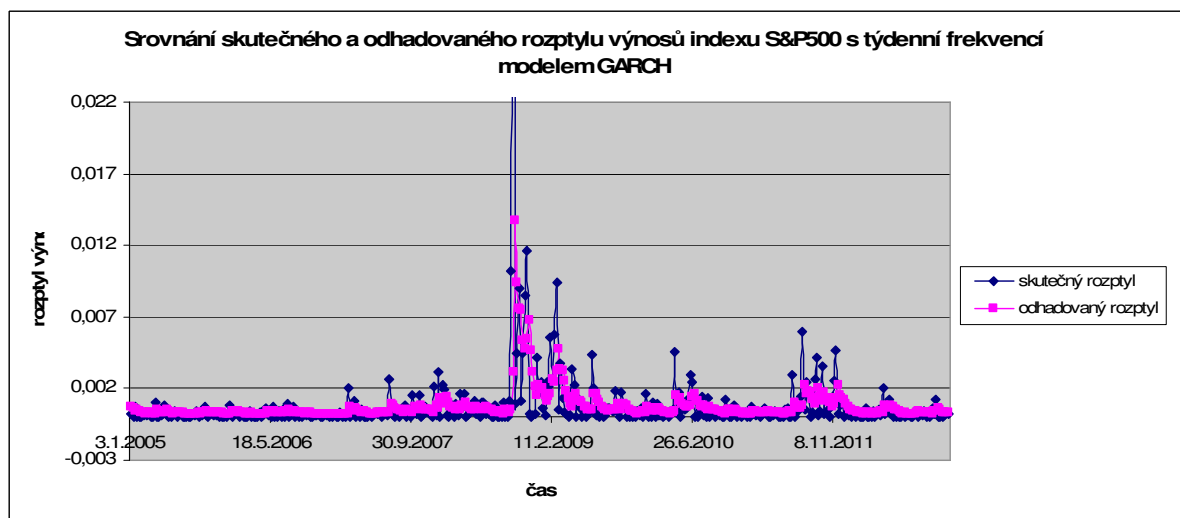
Graf 4.29 Srovnání odhadovaných výnosů indexu S&P500 týdenní frekvencí modelem GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

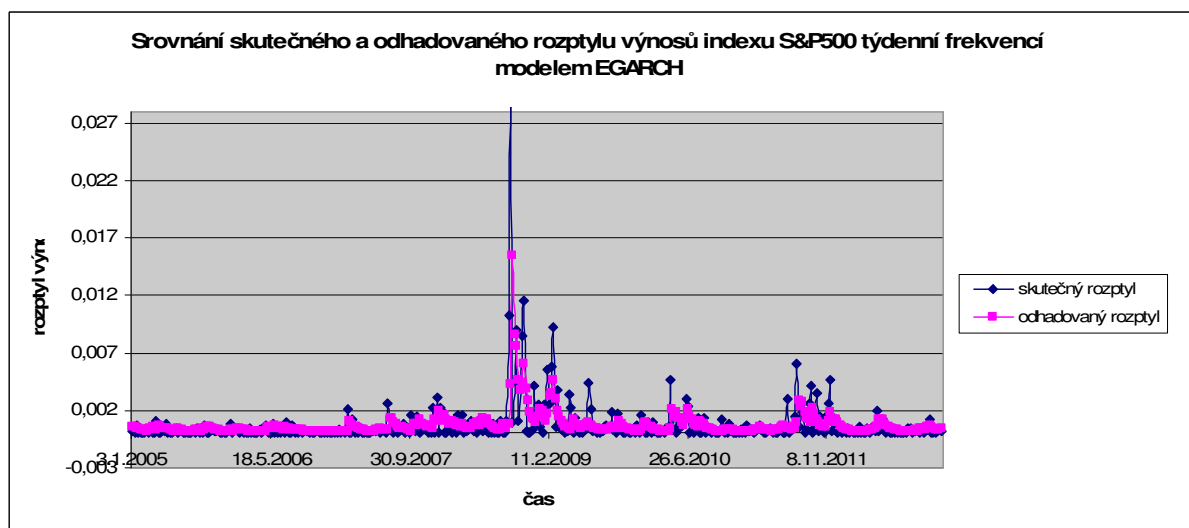
V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečného a modelovaného rozptylu týdenních výnosů indexu S&P500.

Graf 4.30 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu týdenních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.31 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu týdenních výnosů indexu S&P500 modelem EGARCH

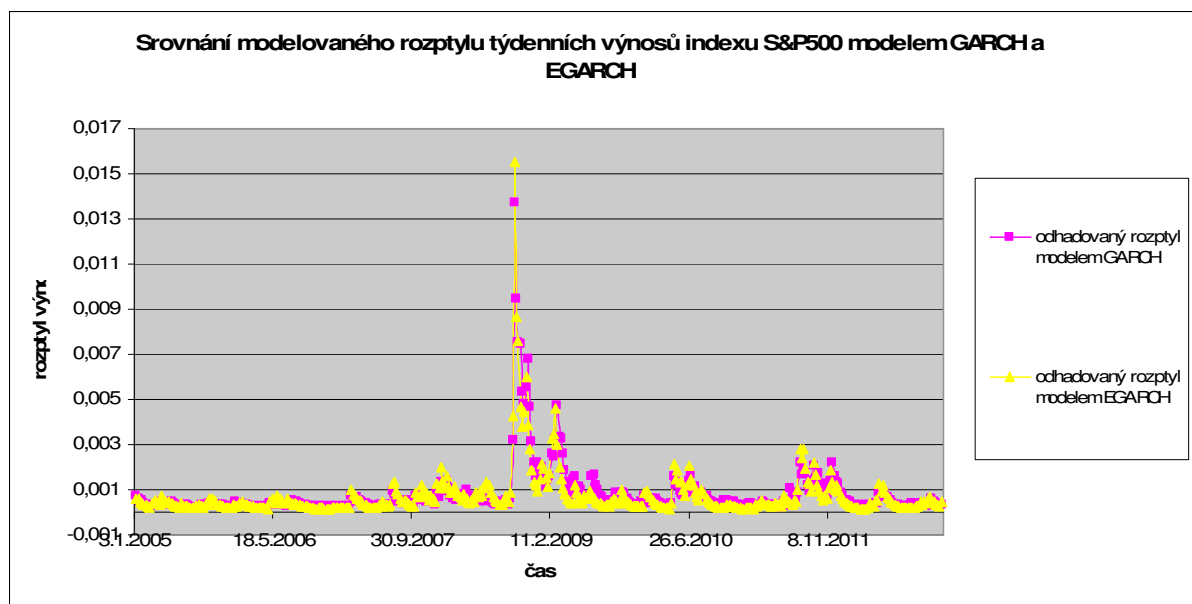


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Modelované rozptyly týdenních výnosů indexu S&P500 vystihují poměrně dobře skutečný rozptyl týdenních výnosů tohoto indexu. Oba grafy jsou opět téměř totožné. Oba modely se blíží skutečnosti.

Detailní srovnání modelovaných rozptylů obou modelů je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.32 Srovnání modelovaného rozptylu týdenních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH a EGARCH



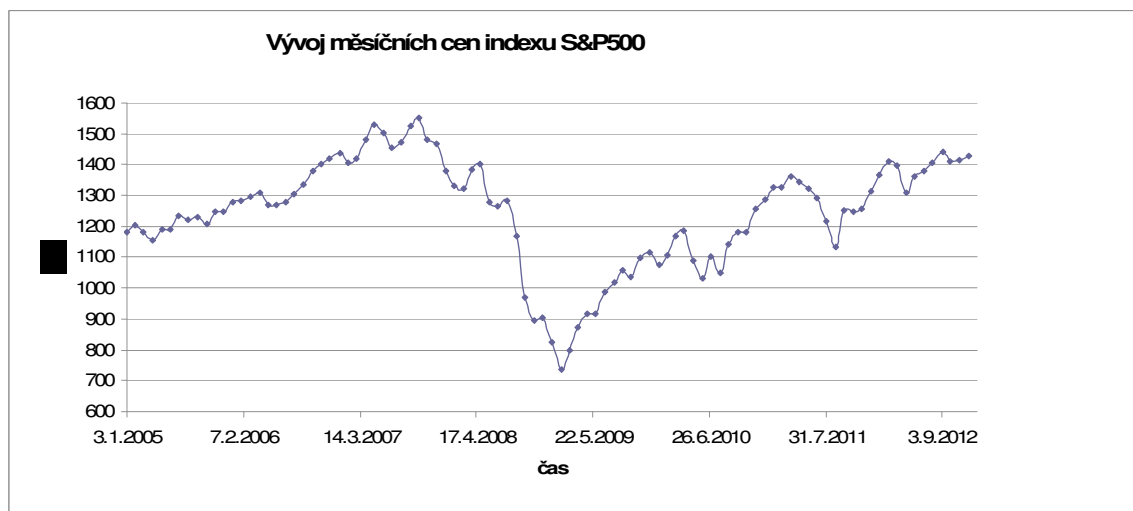
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Modelované rozptyly týdenních výnosů jsou téměř shodné. Nepatrný rozdíl mezi nimi je, že ve více případech má vyšší špičky model EGARCH a vypadá, že celkově je více volatilní. Dle Alexander (2008) by byl lepší model EGARCH, jak také potvrzuje i nižší směrodatná odchylka. Pro modelování rozptylu výnosů burzovního indexu S&P500 s týdenní frekvencí je vybrán model EGARCH.

#### 4.3.3 Burzovní index S&P500 s měsíční frekvencí

Vývoj cen burzovního indexu S&P500 měsíční frekvencí dat je znázorněn v následujícím grafu.

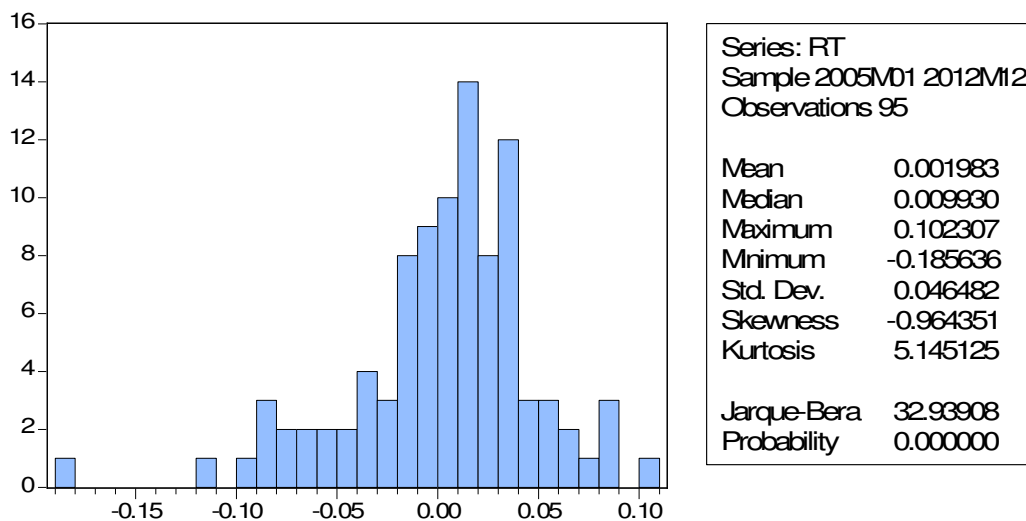
Graf 4.33 Vývoj měsíčních cen indexu S&P500



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.33 je opět skoro stejný jako grafy vývoje cen indexu S&P500 s denní nebo týdenní frekvencí. Po přepočtu cen na logaritmické výnosy byla testována normalita a propočítány jednotlivé statistiky.

Obr. 4.6 Histogram a popisné charakteristiky měsíčních výnosů indexu S&P500



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Měsíční logaritmické výnosy indexu S&P500 dle JB testu také nemají normální rozdělení. Šikmost je záporná a blíží se jedné, špičatost je vyšší než 3, ale oproti špičatosti denních a týdenních výnosů tohoto indexu je více než poloviční.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro výnosy indexu S&P500 s měsíční frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.6 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro měsíční výnosy indexu S&P500

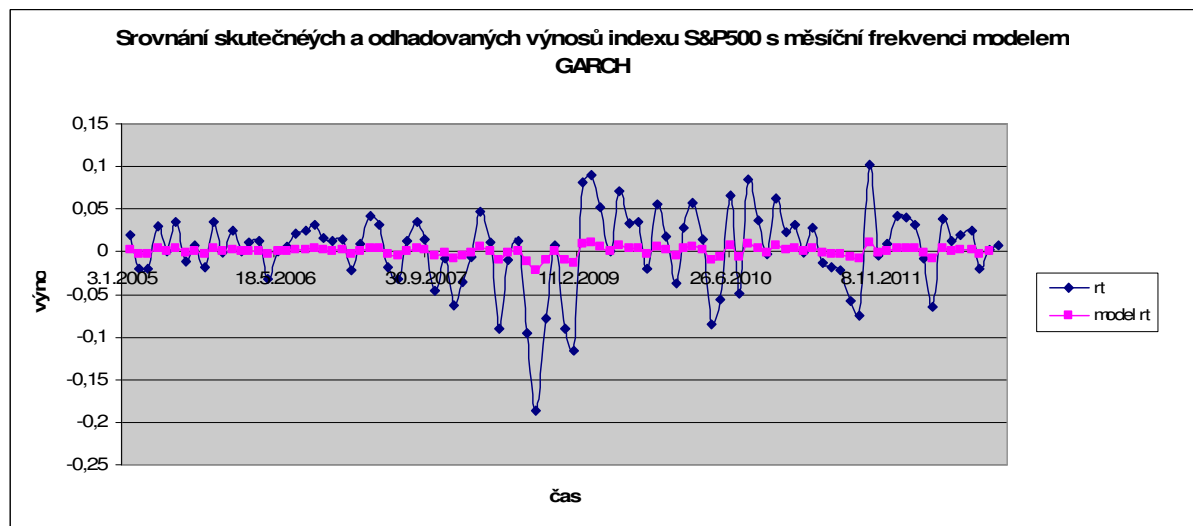
Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$a_1$	0,11531042	$a_1$	0,177568965
$\omega$	0,000117377	$\omega$	-0,855843154
$\alpha$	0,337691855	$\beta$	0,867368329
$\beta$	0,643829332	$\theta$	-0,350154349
$\alpha+\beta$	0,981521187	$\gamma$	0,244226868
max. věrohodnostní fce	254,2026061	max. věrohodnostní fce	259,2164447
dlouhodobý rozptyl	0,635%	dlouhodobý rozptyl	0,158%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,079699277	směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,039700535

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Model GARCH má velmi nízkou úroňovou konstantu  $\omega$  a velmi vysoký parametr citlivosti  $\alpha$  nad 0,1, což znamená, že volatilita je velmi citlivá na tržní změny. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita modelu GARCH je 0,635% a směrodatná odchylka vyšla 0,08. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita modelu EGARCH vychází 0,158% a směrodatná odchylka vyšla 0,04, což znamená, že model EGARCH dává lepší výsledky.

Porovnání skutečných a modelovaných měsíčních výnosů jednotlivých modelů je zobrazeno následovně.

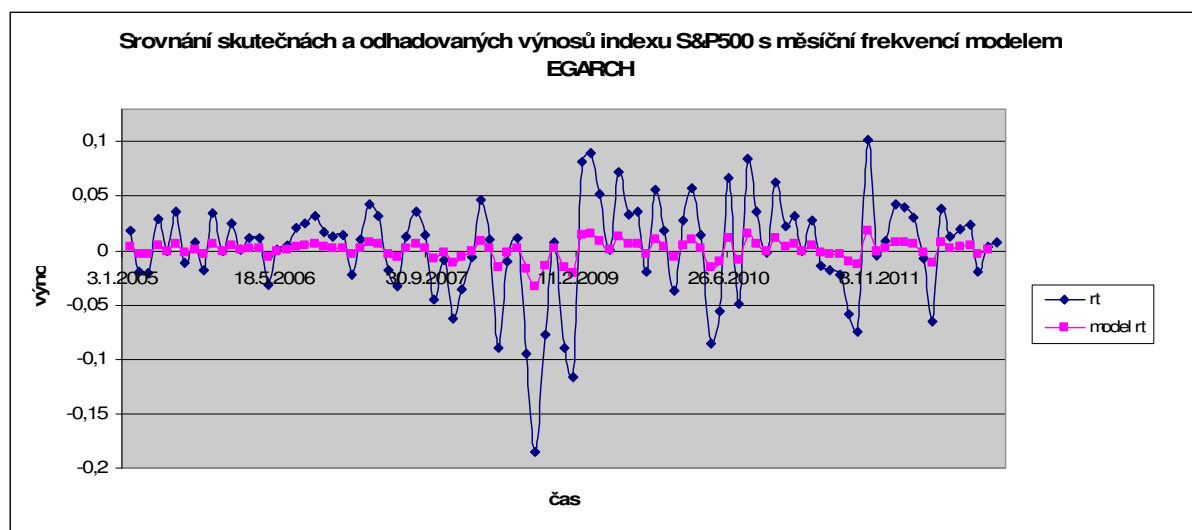
Graf 4.34 Srovnání skutečných a odhadovaných měsíčních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.35 Srovnání skutečných a odhadovaných měsíčních výnosů indexu S&P500 modelem

## EGARCH

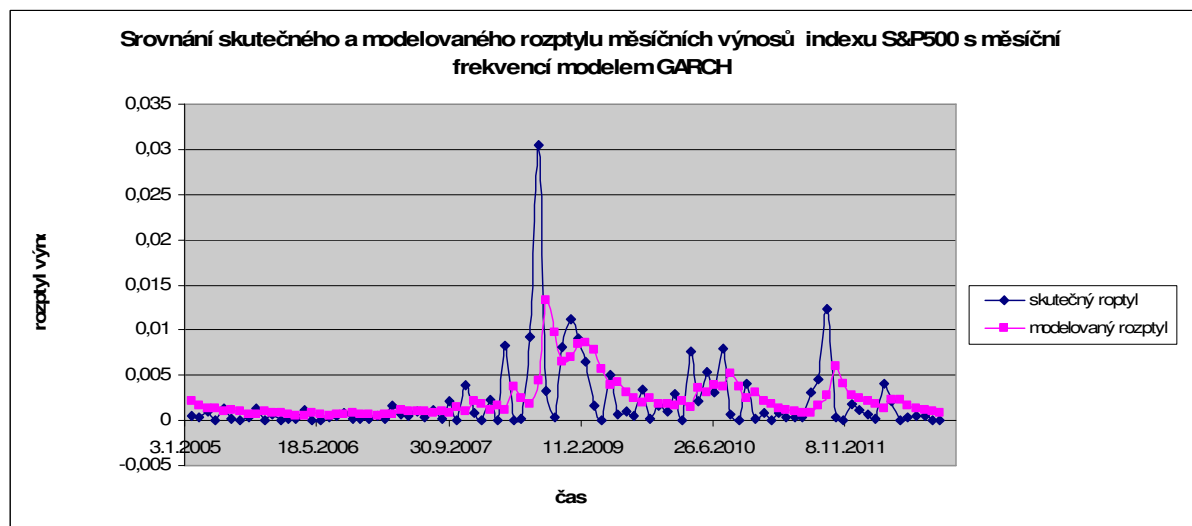


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Modelované měsíční výnosy indexu S&P500 napodobují skutečné výnosy v jejich tvaru, ale nemají tak velké výkyvy mezi jednotlivými hodnotami, přesto se model EGARCH více přibližuje skutečným výnosům než model GARCH.

V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečného a modelovaného rozptylu měsíčních výnosů indexu S&P500.

Graf 4.36 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu měsíčních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH

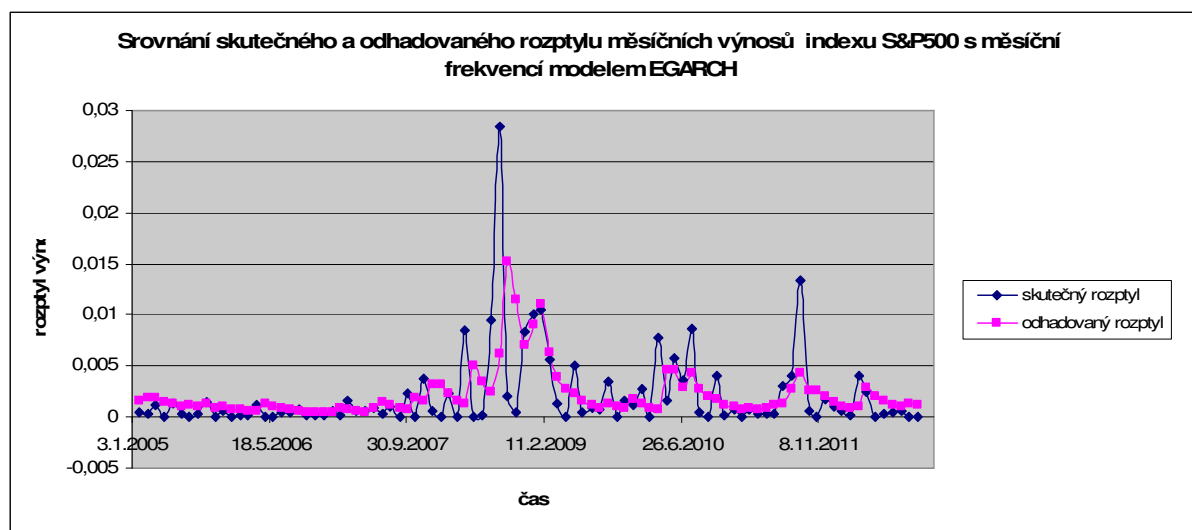


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.37 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu měsíčních výnosů indexu S&P500



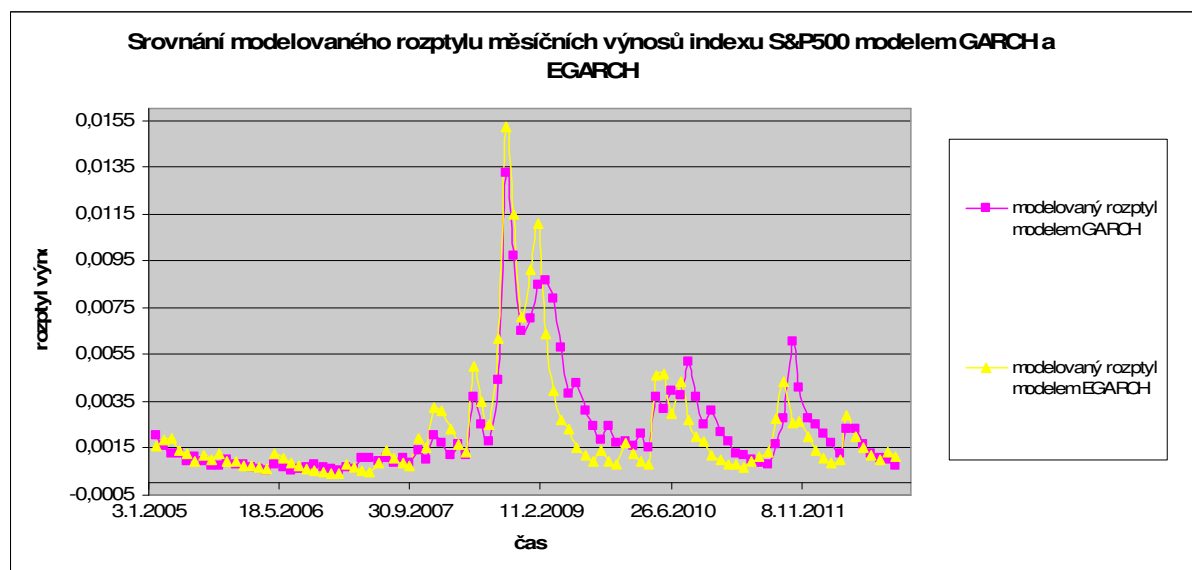
modelem EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

I tady to vypadá, že je modelovaný rozptyl EGARCH blíže skutečnému rozptylu měsíčních výnosů indexu S&P500.

Graf 4.38 Srovnání modelovaného rozptylu měsíčních výnosů indexu S&P500 modelem GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Při bližším srovnání obou modelovaných rozptylů je vidět, že model EGARCH je více volatilní než model GARCH, v některých místech se křivky vůbec nepochybují. Pro měsíční výnosy indexu S&P500 by měl být vhodnější model EGARCH, neboť lze velmi dobře pozorovat, že lépe reaguje na tržní změny než model GARCH. Pro modelování rozptylu

výnosů indexu S&P500 je lepší model EGARCH.

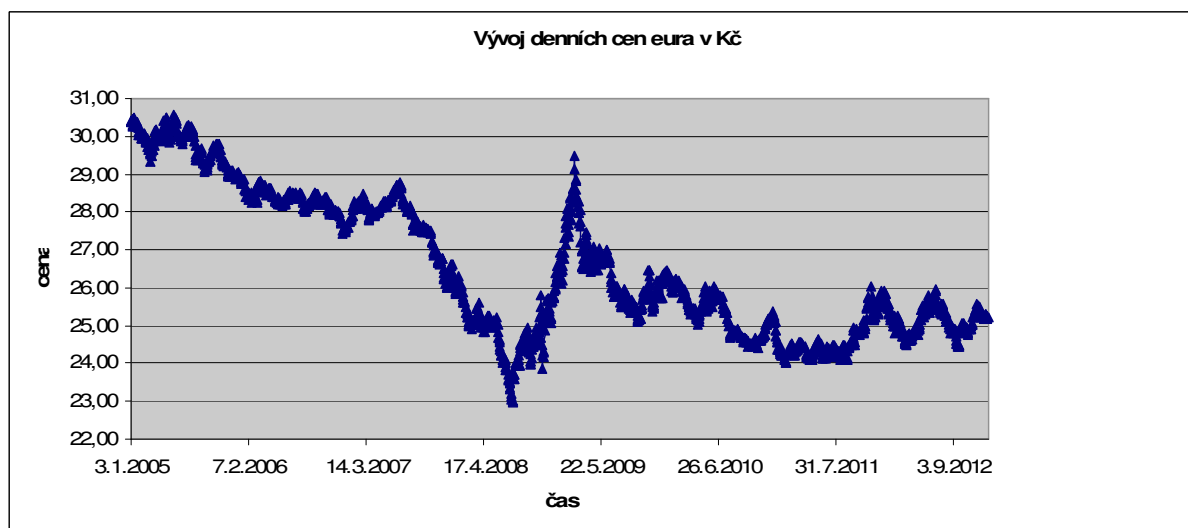
## 4.4 Odhad modelů pro kurz eura

Nejprve je provedena analýza časové řady denního kurzu eura, ve které je uveden graf vývoje cen eura v Kč. Poté jsou ceny kurzu eura přepočítány pomocí vzorce (2.2) na logaritmické výnosy kurzu eura, je testována normalita této časové řady a jsou vypočteny charakteristiky poloh a variability. Následně jsou provedeny odhady modelů GARCH pomocí vztahů (3.6) – (3.12) a EGARCH pomocí vztahů (3.13) – (3.19) za předpokladu normality. Výsledky jsou pak mezi sebou porovnány.

### 4.4.1 Kurz eura s denní frekvencí

Vývoj cen kurzu eura v Kč je znázorněn v následujícím grafu.

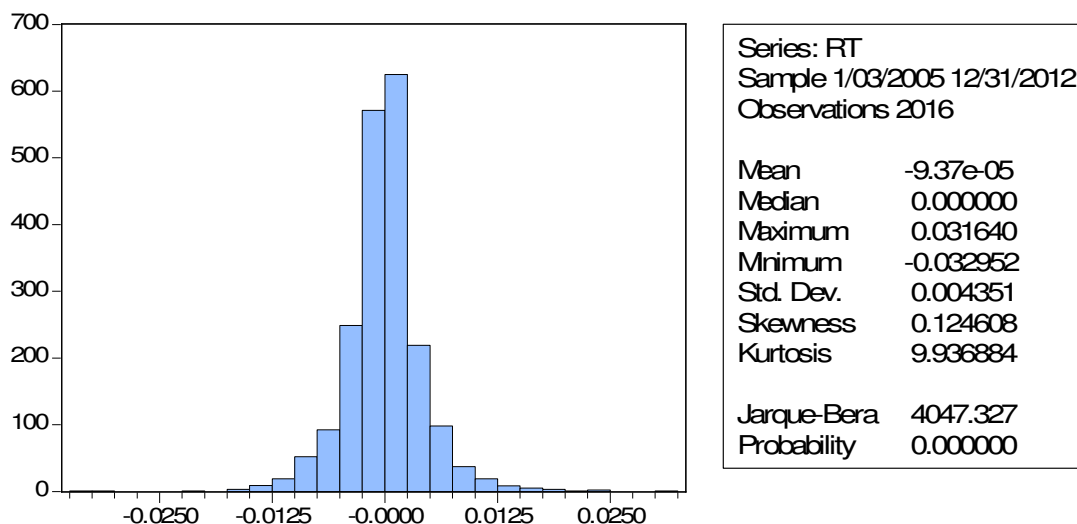
Graf 4.39 Vývoj denních cen kurzu eura v Kč



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Vývoj cen kurzu eura měl již od začátku roku 2005 klesající tendenci. Od července 2007 začala cena eura klesat rychleji a dna bylo dosaženo v červenci 2008. Poté cena kurzu eura nabrala prudký vzestup až do února 2009, kdy opět začala postupně klesat. I nadále má cena kurzu eura postupně klesající tendenci.

Obr. 4.7 Histogram a popisné charakteristiky denních výnosů kurzu eura



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Záporná střední hodnota výnosů naznačuje, že kurz eura není příliš výnosný (převažuje záporný výnos). Medián je roven nule, šikmost je kladná a špičatost poměrně vysoká. JB test vychází vysoký, takže předpoklad normality rozdělení výnosů není splněn. Zřetelná vyšší špička a těžší konce potvrzují leptokurtické pravděpodobnostní rozdělení jako téměř ve všech předchozích případech.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro výnosy kurzu eura s denní frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.7 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro denní výnosy kurzu eura

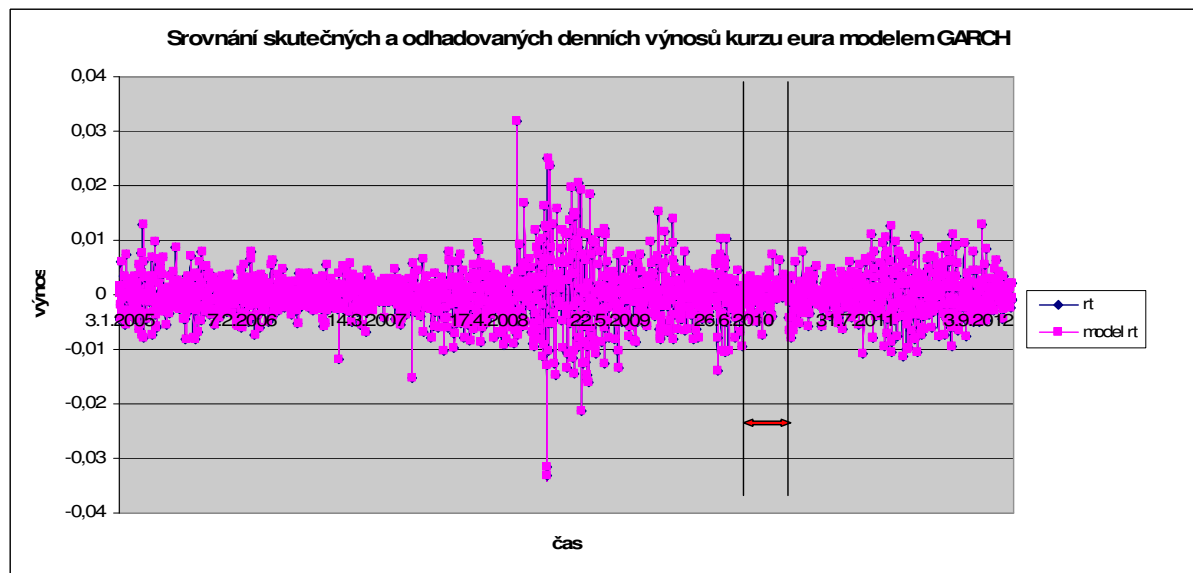
Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$a_1$	1	$a_1$	0,015261561
$\omega$	5,25879E-07	$\omega$	-0,141628066
$\alpha$	0,09	$\beta$	0,986744349
$\beta$	0,89000025	$\theta$	-0,00925337
$\alpha+\beta$	0,98000025	$\gamma$	0,148543752
max. věrohodnostní fce	9642,185227	max. věrohodnostní fce	10280,09265
dlouhodobý rozptyl	0,003%	dlouhodobý rozptyl	0,002%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,00513	směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,004785441

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Jelikož parametr  $a_1$  modelu GARCH je roven 1, tak  $r_{t-1} = \text{model } r_t$ , neboli skutečný výnos předchozího období  $t-1$  je stejný jako modelovaný výnosy tohoto období  $t$ . Jeho vývoj je znázorněn v Grafu 4.40 a detailní výřez části dat v Grafu 4.41. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  modelu GARCH vychází 0,003% a směrodatná odchylka 0,005. Dlouhodobá

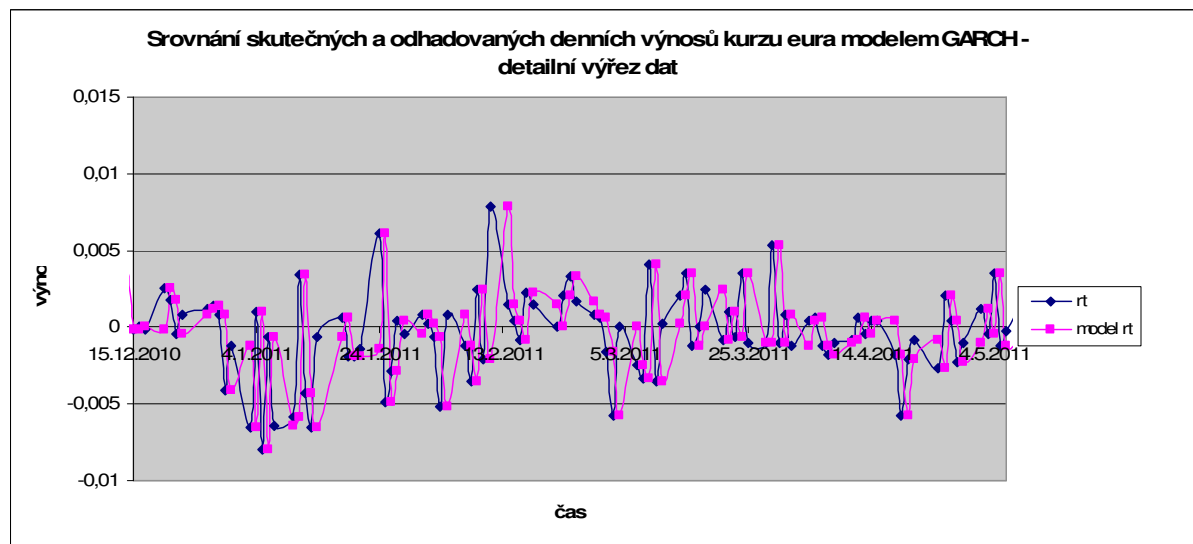
nepodmíněná volatilita  $\bar{\sigma}^2$  modelu EGARCH je 0,002% a směrodatná odchylka činí po zaokrouhlení nahoru 0,005. Lepší výsledky pro denní kurz eura by měl dávat model EGARCH.

Graf 4.40 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů kurzu eura modelem GARCH



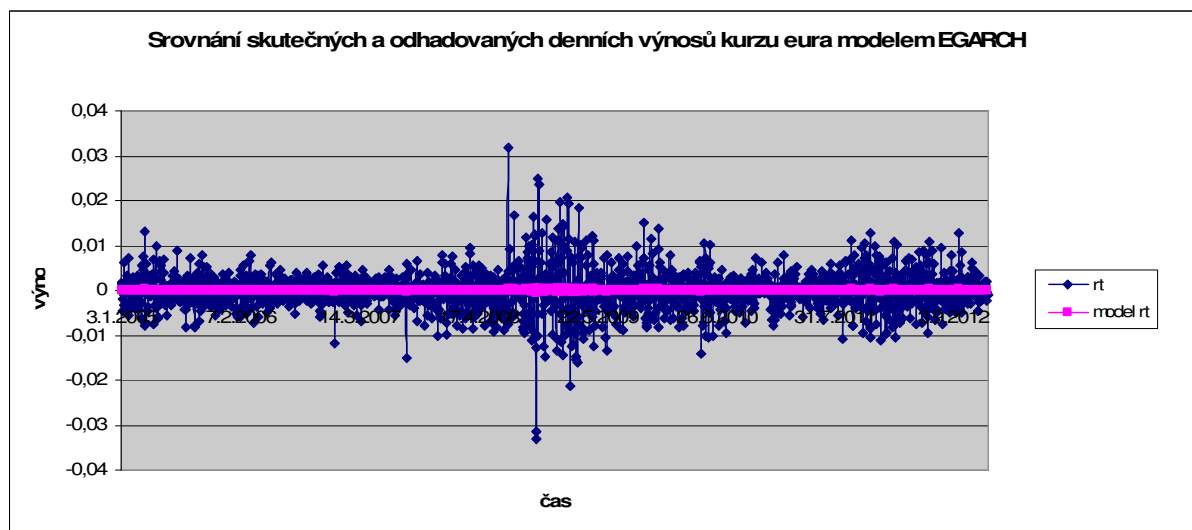
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.41 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů kurzu eura modelem GARCH – detailní výřez dat



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.42 Srovnání skutečných a odhadovaných denních výnosů kurzu eura modelem EGARCH

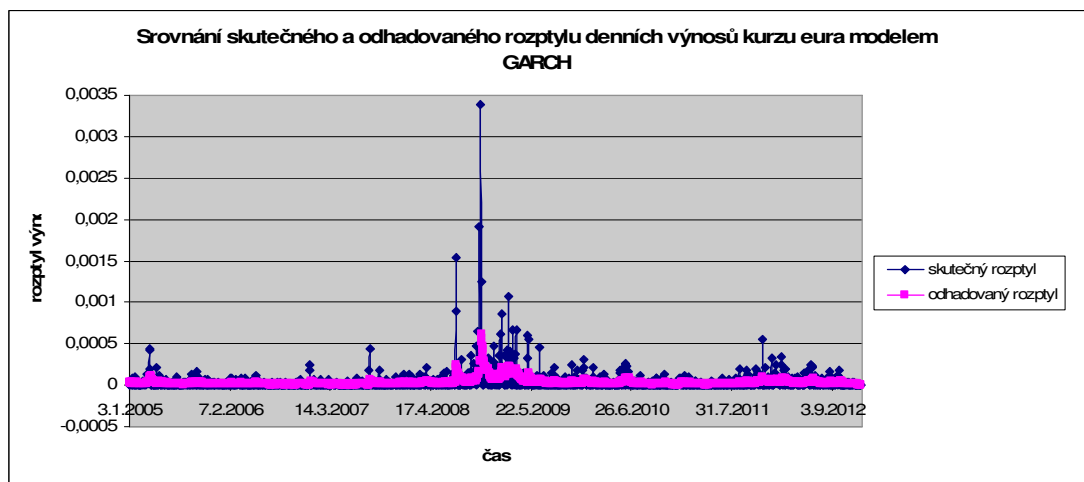


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Pro výřez dat bylo vybráno období od 15.12.2010 do 6.5.2011, které je zobrazeno v Grafu 4.40. V detailním výřezu dat v Grafu 4.41 lze pozorovat zpoždění skutečných výnosů o jedno období oproti modelovaným výnosům kurzu eura modelem GARCH. Modelované výnosy modelu EGARCH nejsou skutečným výnosům kurzu eura vůbec podobné, pohybují se těsně kolem nuly a příliš se nevychylují. Model EGARCH příliš nevystihuje skutečné výnosy, naopak model GARCH by se k modelování výnosů kurzu eura dal využít.

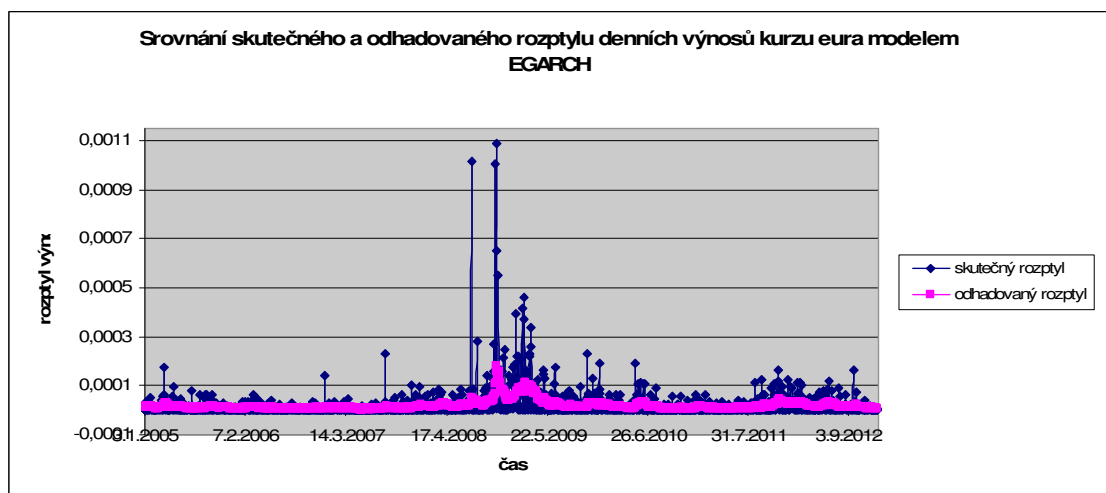
V následujících grafech je uvedeno srovnání skutečného a modelovaného rozptylu denních výnosů akcie Google.

Graf 4.43 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu denních výnosů kurzu eura modelem GARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.44 Srovnání skutečného a odhadovaného rozptylu denních výnosů kurzu eura modelem EGARCH

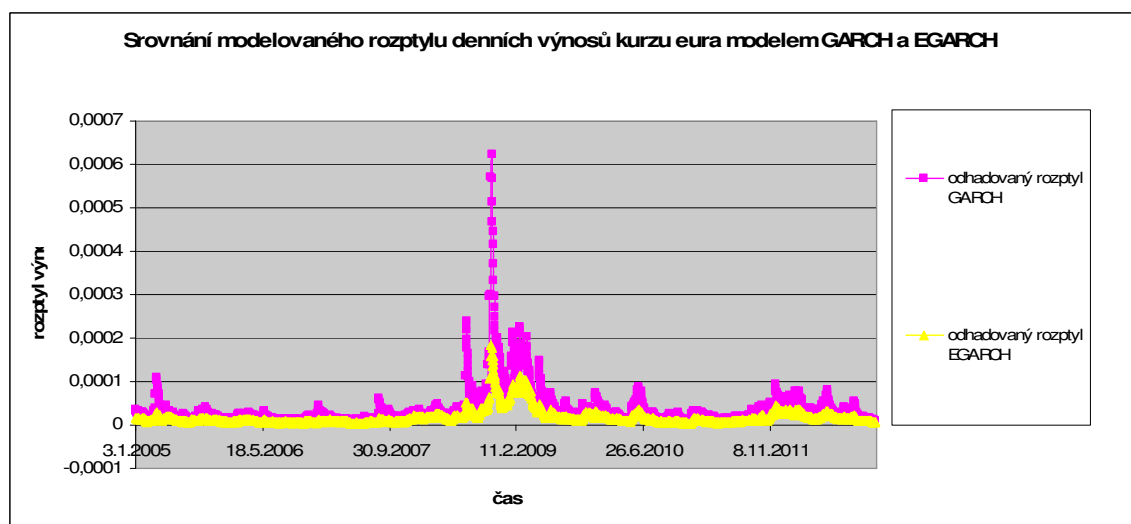


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Modelované rozptyly obou modelů jsou velmi podobné, jsou méně volatilní než skutečný rozptyl denních výnosů kurzu eura. Oba modely se přibližují skutečnosti.

Srovnání modelovaných rozptylů obou modelů je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.45 Srovnání modelovaného rozptylu denních výnosů kurzu eura modelem GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Zde je rozdíl modelů GARCH a EGARCH znatelnější. Model GARCH je více volatilní, tudíž by měl lépe reagovat na změny na trhu a lépe předpovídat denní kurz eura než model EGARCH.

#### 4.5 Srovnání a vyhodnocení výsledků

U akcie Google byl vypořádan u všech dat kladný medián, což znamená, že se výnosy akcie pohybují častěji v kladných hodnotách. Dále zde lze pozorovat, že čím frekventovanější logaritmické výnosy akcií, tím je střední hodnota logaritmu výnosu akcie menší, a dále roste také hodnota špičatosti, čímž se zvyšuje i hodnota JB testu. Všechny časové řady akcie Google mají leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti.

Pro srovnání odhadu obou modelů za předpokladu normality pro jednotlivé frekvence akcií jsou vytvořeny souhrnné tabulky.

Tab. 4.8 Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů akcie Google modelu GARCH

GARCH	denní	týdenní	měsíční
$a_1$	0	0,025702078	0,130588673
$\omega$	2,29601E-06	0,000116984	0,002163596
$\alpha$	0,039784957	0,103375381	0
$\beta$	0,960115043	0,841451888	0,762316072
$\alpha+\beta$	0,9999	0,944827269	0,762316072
max. věrohodnostní fce	6907,900742	1090,381274	171,7940998
dlouhodobý rozptyl	2,296%	0,212%	0,910%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,152	0,046	0,095

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Tab. 4.9 Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů akcie Google modelu

## EGARCH

EGARCH	denní	týdenní	měsíční
$a_1$	0,011206735	0,073547645	0,174103096
$\omega$	-0,12258335	-0,444493115	-0,790848616
$\beta$	0,98335154	0,927163382	0,829236484
$\theta$	-0,030039209	-0,103770583	-0,066362097
$\gamma$	0,089606388	0,198347525	-0,464967905
max. věrohodnostní fce	6944,328406	1093,743491	176,1785259
dlouhodobý rozptyl	0,063%	0,224%	0,974%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,025	0,047	0,099

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

U akcie Google s denní frekvencí výnosu bylo zjištěno, že maximalizace věrohodnostní funkce je o něco větší u modelu EGARCH a dle srovnání Grafů 4.2 a 4.3 je také lepší pro modelování výnosu. Z Grafu 4.6 bylo vyhodnoceno, že pro modelování volatility by měl být lepší model GARCH. Jenže parametr citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu  $\beta$ , který měří stálost podmíněné volatility je vysoký, a na volatilitu déle doznívá vliv tržní krize. Také součet  $\alpha + \beta$  je poměrně vysoký, z čehož vyplývá, že časová struktura předpovědi volatility pomocí modelu GARCH u akcií Google s denní frekvencí je relativně plochá, a nedá se na tento model příliš spoléhat. Navíc směrodatná odchylka modelu EGARCH je menší, tudíž pro akcie Google s denní frekvencí výnosu je lepší model EGARCH.

Pro týdenní výnosy akcie Google byla zjištěna větší maximalizace věrohodnostní funkce u modelu EGARCH. Směrodatné odchylky obou modelů jsou téměř totožné, ale dle Grafů 4.8, 4.9 a 4.12 je model EGARCH lepší jak pro modelování týdenních výnosů, tak pro modelování volatility týdenních výnosů akcie Google.

Akcie s měsíční frekvencí dat lze nejlépe upravovat pomocí modelu EGARCH, protože model GARCH je díky nulovému parametru citlivosti  $\alpha$ , který měří míru reakce podmíněného rozptylu na tržní změny, pro modelování volatility naprosto nevhodný.

Pokud porovnáme denní, týdenní a měsíční výnosy indexu S&P500, opět je s rostoucí frekvencí střední hodnota výnosů nižší a roste špičatost. Všechny časové řady výnosů indexu S&P500 mají také leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti. Medián je opět ve všech třech případech kladný, tudíž se hodnoty logaritmu výnosů pohybují o něco častěji v kladných hodnotách.

Pro srovnání odhadu obou modelů za předpokladu normality pro jednotlivé frekvence



výnosů indexu S&P500 jsou vytvořeny souhrnné tabulky.

Tab. 4.10 Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu S&P500 modelu GARCH

GARCH	denní	týdenní	měsíční
$a_1$	0	-0,068278471	0,11531042
$\omega$	1,28525E-06	5,25017E-05	0,000117377
$\alpha$	0,102934272	0,267911833	0,337691855
$\beta$	0,896965728	0,665922549	0,643829332
$\alpha+\beta$	0,9999	0,933834382	0,981521187
max. věrohodnostní fce	8183,777489	1368,23262	254,2026061
dlouhodobý rozptyl	1,285%	0,079%	0,635%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,113368848	0,028168941	0,079699277

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Tab. 4.11 Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu S&P500 modelu EGARCH

EGARCH	denní	týdenní	měsíční
$a_1$	-0,061588025	-0,071845045	0,177568965
$\omega$	-0,193094775	-0,811281443	-0,855843154
$\beta$	0,978170062	0,892005538	0,867368329
$\theta$	-0,136352662	-0,259683305	-0,350154349
$\gamma$	0,131272542	0,28798791	0,244226868
max. věrohodnostní fce	8231,862784	1383,578122	259,2164447
dlouhodobý rozptyl	0,014%	0,055%	0,158%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,012001717	0,02337	0,039700535

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Pro výnosy indexu S&P500 s denní frekvencí bylo zjištěno, že maximalizace věrohodnostní funkce je o něco větší u modelu EGARCH a dle srovnání Grafů 4.21 a 4.22 je také lepší pro modelování výnosu a stejně jako u akcií s denní frekvencí. Stejný závěr jako u akcií s denní frekvencí vyšel i pro modelování volatility. Dle Grafu 4.25 se pro modelování volatility výnosů indexu S&P500 lépe hodí model GARCH, ale parametr citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu  $\beta$  je opět vysoký stejně jako součet  $\alpha + \beta$ , tudíž se nedá na tento model příliš spoléhat. I když jsou směrodatné odchylky skoro identické, u modelu EGARCH je menší, a tudíž pro výnosy indexu S&P500 s denní frekvencí je lepší model EGARCH.

U týdenních výnosů indexu S&P500 byla vypočítána téměř nepatrně větší účelová funkce u modelu EGARCH. Směrodatné odchylky obou modelů jsou srovnatelné, menší je u modelu EGARCH. Dle Grafů 4.29 a 4.32 je model EGARCH lepší jak pro modelování týdenních výnosů, tak pro modelování volatility týdenních výnosů indexu S&P500.

Měsíční výnosy indexu S&P500 lze testovat jednoznačně lépe pomocí modelu EGARCH. Model EGARCH má větší maximalizaci věrohodnostní funkce, menší směrodatnou odchylku a dle Grafů 4.34, 4.35 a 4.38 je vhodnější jak pro modelování měsíčních výnosů, tak pro modelování volatility měsíčních výnosů indexu S&P500.

Denní kurz eura má zápornou střední hodnotu, což znamená, že za zmiňované období od 3.1.2005 do 31.12.2012 není výnosný a jeho ceny klesají. Medián je roven nule, šikmost je kladná a špičatost poměrně vysoká. Také se jedná o leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti.

Pro srovnání odhadu obou modelů za předpokladu normality pro denní kurz eura je uvedena souhrnná tabulka.

Tab. 4.12 Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro denní výnosy kurzu eura

Parametry	Odhad modelu GARCH	Parametry	Odhad modelu EGARCH
$a_1$	1	$a_1$	0,015261561
$\omega$	5,25879E-07	$\omega$	-0,141628066
$\alpha$	0,09	$\beta$	0,986744349
$\beta$	0,89000025	$\theta$	-0,00925337
$\alpha+\beta$	0,98000025	$\gamma$	0,148543752
max. věrohodnostní fce	9642,185227	max. věrohodnostní fce	10280,09265
dlouhodobý rozptyl	0,003%	dlouhodobý rozptyl	0,002%
směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,00513	směrodatná odchylka ( $\sigma$ )	0,004785441

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Pro denní kurz eura je maximalizace věrohodnostní funkce větší v modelu EGARCH. Směrodatné odchylky obou modelů jsou ve srovnatelné výši, u modelu EGARCH je jen nepatrně nižší. Díky tomu, že parametr  $a_1$  modelu GARCH je roven 1, skutečný výnos předchozího období  $t-1$  je stejný, jako modelovaný výnos tohoto období  $t$ . Detailní výřez části dat je znázorněn v Grafu 4.41. Po modelování denních výnosů kurzu eura je lepší model GARCH. Naopak pro modelování volatility denních výnosů kurzu eura je lepší model EGARCH.

## 5. Závěr

Diplomová práce byla věnována odhadu vybraných typů modelů finančních aktiv. Tyto odhady modelů pomáhají pochopit chování finančních časových řad a lze je dále využít při dalším modelování, například pro ocenění opcí nebo predikci. Cílem práce bylo odhadnout metodou maximální věrohodnosti vybrané typy modelů volatility GARCH a EGARCH pro akcie Google a burzovní index S&P500 s denní, týdenní, měsíční frekvencí a pro denní kurz eura.

V teoretických kapitolách diplomové práce byl uveden popis a kategorizace finančních aktiv, která byla postupně detailněji popsána. Další podkapitola byla věnována definici časových řad a bylo uvedeno jejich rozdělení. Následně byly charakterizovány finanční časové řady a jejich vlastnosti, volatilita a postup analýzy časových řad. V druhé teoretické kapitole byly rozděleny modely dle různých kritérií a uvedeny metody odhadu. Detailněji byla popsána metoda maximální věrohodnosti, která byla použita v praktické části. Druhá podkapitola pojednává o modelech volatility a podmíněné heteroskedastictě a podrobněji zde byly formulovány modely GARCH a EGARCH.

Praktická kapitola diplomové práce se zabývala samotným odhadem modelů GARCH a EGARCH za předpokladu normality metodou maximální věrohodnosti. Data byla stažena z webových stránek společnosti Yahoo <http://finance.yahoo.com> a ČNB <http://www.cnb.cz>. Jako vstupní data byly použity ceny akcie Google a ceny akciového indexu S&P500 s denní, týdenní a měsíční frekvencí, a kurz eura s denní frekvencí. Všechny ceny byly použity od začátku roku 2005 do konce roku 2012.

Praktická část diplomové práce byla rozdělena na několik částí dle druhu finančních aktiv a každá část byla následně rozdělena na podkapitoly dle frekvence dat tohoto finančního instrumentu. Bylo zjištěno, že s rostoucí frekvencí se zvyšuje špičatost a velikost hodnoty JB testu, a z toho plyne, že žádná z těchto časových řad nemá normální rozdělení. Většina těchto časových řad má vyšší špičky a těžší konce, tudíž se dle Cipra (2008) jedná o leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti logaritmických výnosů. Také bylo vyzorováno, že s rostoucí frekvencí se snižuje střední hodnota logaritmických výnosů bez ohledu na finanční instrument. U výnosu akcie Google burzovního indexu S&P500 byl vyzorován u všech dat kladný medián, což znamená, že se jejich výnosy pohybují častěji v kladných hodnotách. Naproti tomu kurz eura má medián záporný, což znamená, že je převážně ztrátový.

Dále byl proveden odhad modelů GARCH a EGARCH za předpokladu normality metodou maximální věrohodnosti pro akcie Google s denní, týdenní, měsíční frekvencí, index S&P500 s denní, týdenní, měsíční frekvencí a kurz eura s denní frekvencí. Souhrnné tabulky s výsledky a komentáři jsou uvedeny v podkapitole 4.4. Bylo provedeno srovnání skutečných výnosů s modelovanými výnosy obou modelů, aby bylo zjištěno, který model se lépe blíží skutečnosti. Kritériem hodnocení při rozhodování o výběru nejlepšího modelu byla velikost maximalizace věrohodnostní funkce, menší směrodatná odchylka a grafické porovnání skutečnosti s modelem, kdy lepší model má větší krátkodobou volatilitu.

Pro modelování výnosů nebyly modely GARCH a EGARCH příliš přesné, jejich modelované výnosy kolísaly téměř vždy jen lehce kolem nuly a nedokázaly vystihnout výrazné výkyvy těchto výnosů. Přesto měl ve většině případů o něco málo lepší výsledky model EGARCH. Ale jak je známo, výnos je velmi těžce predikovatelný a tyto modely se převážně používají k modelování volatility výnosů.

Následně bylo provedeno srovnání skutečného rozptylu s modelovaným rozptylem modelu GARCH a také EGARCH. Grafické srovnání modelovaných rozptylů výnosů akcie Google modelem GARCH a EGARCH je uvedeno v Grafu 4.6 pro denní data, v Grafu 4.12 pro týdenní data a v Grafu 4.19 pro měsíční data.

Pro modelování rozptylu výnosů akcie Google s denní, týdenní i měsíční frekvencí byl vyhodnocen jako lepší model EGARCH. Pro modelování rozptylu výnosů indexu S&P500 s denní, týdenní i měsíční frekvencí byl vybrán jako lepší také model EGARCH. A pro modelování rozptylu denních výnosů kurzu eura byl lepší opět model EGARCH.

Při celkovém porovnání lze pozorovat, že téměř ve všech případech měl model EGARCH větší maximalizaci věrohodnostní funkce, nižší směrodatnou odchylku a větší krátkodobou volatilitu. Také je zřejmé, že ve všech případech byl pro modelování podmíněného rozptylu lepší model EGARCH, v některých případech dokonce model GARCH nelze použít vůbec. Závěrem lze říci, že nesymetrický model EGARCH má při modelování finančních časových řad mnohem širší využití než symetrický model GARCH.

## Seznam literatury

### Literární publikace

1. ALEXANDER, Carol. *Market Risk Analysis Volume II.– Practical Financial Econometrics*. 2<sup>nd</sup> volume, Chichester England: John Wiley & Sons Ltd, 2008. ISBN 978-0-470-99801-4.
2. ARLT, Josef a kol. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, 2003, ISBN 80-247-0330-0.
3. ARLT, Josef. *Finanční časové řady*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, 2003, ISBN 80-247-0330-0.
4. BENNINGA, Simon, CZACZKES, Benjamin. *Financial modelling*. 2<sup>nd</sup> edition, Massachusetts Institute of Technology, 2000, ISBN 0-262-02482-9.
5. CIPRA, Tomáš, *Finanční ekonometrie*. 1. vyd. Praha: EKOPRESS, s.r.o., 2008, ISBN 978-80-86929-43-9.
6. DUPÁČOVÁ, Jitka, HURT, Jan, ŠTĚPÁN, Josef. *Stochastic Modeling in Economics and Finance* (Applied Optimization, Volume 75). Kluwer Academic Publisher, 2003, ISBN 0-306-48167-7.
7. HUŠEK, Roman a kol. *Ekonometrické modely řízení a plánování*. 1.vyd. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, n.p., 1987.
8. TSAY, Ruey S. *Analysis of Financial Time Series*. 2<sup>nd</sup> edition, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons Ltd, 2005. ISBN-13 978-0-471-69074-0.
9. ZMEŠKAL, Zdeněk a kol. *Finanční modely*. 2.vyd. Praha: EKOPRESS, s.r.o., 2004, ISBN 80-86119-87-4.

### Články v odborném časopise

10. ARLT, Josef; ARLTOVÁ, Markéta. Konstrukce předpovědí na základě modelu GARCH. Katedra statistiky a pravděpodobnosti, VŠE Praha. *Acta oeconomica pragensia* 10: (7), str. 9-15, VŠE Praha, 2002. ISSN 0572-3043.
11. ARLT, Josef. RADKOVSKÝ, Štěpán. Význam modelování a předpovídání volatility časových řad pro řízení ekonomických procesů. *Politická ekonomie* 48: (1), str. 38-61, VŠE Praha, 2000. ISSN 0032-3233 (Rukopis) Dostupné také z WWW: [http://nb.vse.cz/~arlt/publik/AR\\_VMPVCRREP\\_00.pdf](http://nb.vse.cz/~arlt/publik/AR_VMPVCRREP_00.pdf)

12. BOROVIČKA, Adam. Srovnání volatility akciových indexů PX a FTSE100. Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky. *Acta oeconomica pragensia* 2/2011 AOP 19 (2) , 2011, ISSN 0572-3043. Dostupné také z WWW: <http://www.grantjournal.com/issue/0101/PDF/0101borovicka.pdf>
13. HWANG, Soosung. PEREIRA, Pedro L. Valls. Small Hample Properties of GARCH Estimates and Persistence. *The European Journal of Finance*: Vol 12 No 6-7 Sept Oct 2006. ISSN 1351-847X.
14. POSEDĚL, Petra. Properties and Estimation of GARCH(1,1) Model. Faculty of Economics, University of Zagreb, Zagreb, Croatia. *Metodološki zvezki*, Vol. 2, No. 2, 2005, 243-257.
15. ŠTĚRBA, Filip. Modely typu ARCH a jejich využití k modelování volatility měnových kurzů. *Česká bankovní asociace*. VŠE Praha, 2007.

#### **Elektronické publikace a ostatní**

16. ČESKÁ NÁRODNÍ BANKA.ČNB: Pravidla pro referenční banky a výpočet (fixing) referenčních úrokových sazeb (PRIBID a PRIBOR) [online]. 2000, [cit. 22.2.2013]. Dostupné z WWW: [http://www.cnb.cz/cs/financni\\_trhy/penezni\\_trh/download/PRAVIDLA\\_RB\\_BEZ\\_EBPR.PDF](http://www.cnb.cz/cs/financni_trhy/penezni_trh/download/PRAVIDLA_RB_BEZ_EBPR.PDF)
17. ČESKÁ NÁRODNÍ BANKA. *Vybrané devizové kurzy*. [online]. 2013, [cit. 12.2.2013]. Dostupné z WWW: [http://www.cnb.cz/cs/financni\\_trhy/devizovy\\_trh/kurzy\\_devizoveho\\_trhu/vybrane\\_fo\\_m.jsp](http://www.cnb.cz/cs/financni_trhy/devizovy_trh/kurzy_devizoveho_trhu/vybrane_fo_m.jsp)
18. JELÍNKOVÁ, Klára. Hodnocení efektivnosti investičních projektů. Ostrava, 2010. Bakalářská práce. Vysoká škola Báňská-Technická univerzita Ostrava, Ekonomická fakulta, Katedra financí.
19. LIŠČÍNSKÝ, Zdeněk. *Jednorozměrné ARCH modely a jejich vybrané ekonomické aplikace*. Brno, 2008. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta.
20. PAKOSTA, Tomáš. Analýza finančních časových řad typu ARCH. Plzeň, 2010. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd.
21. POPELKA, Jan. *Využití lineárních a nelineárních modelů volatility při analýze českých podílových fondů a akcií*. Praha, 2007. Doktorská disertační práce. Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky.

22. ŠVEHLA, Petr. Analýza volatility akciových indexů na evropských burzách. Praha, 2011. Diplomová práce. Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra ekonomie.
23. Yahoo! Finance. *GOOG Historical Prices. Google Inc. Stock* [online]. 2013, [cit. 12.2.2013]. Dostupné z WWW: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GOOG>

## Seznam zkratek

$VH$	vnitřní hodnota akcie
$P$	cena
ČNB	Česká Národní Banka
$r_t$	výnos v čase $t$
$t$	čas (období)
$\sigma^2$	podmíněný rozptyl
$\bar{\sigma}^2$	nepodmíněný dlouhodobý rozptyl
$\sigma$	směrodatná odchylka
$\mu$	střední hodnota
$SK$	šíkmost
$K$	špičatost
$\bar{r}$	výběrová střední hodnota
$s$	výběrový rozptyl
JB test	Jarque-Berra test
$E(\varepsilon_t)$	střední hodnota reziduální složky
$\text{var}(\varepsilon_t)$	rozptyl reziduální složky
$\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t)$	kovariance reziduálních složek
$y_b$	závislá proměnná
$x_t$	nezávislá proměnná
$\varepsilon_t$	náhodná chyba (tržní šok)
$c$	konstanta
$\omega$	úrovňová konstanta
$\alpha$	parametr citlivosti náhodné chyby
$\beta$	parametr citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu
$e$	náhodná veličina, která má normální normované rozdělení
$z_t$	náhodná veličina, která má normální normované rozdělení
$\hat{\sigma}_t$	počáteční odhad podmíněné standardizované odchylky
$\ln(\sigma_t^2)$	logaritmus podmíněného rozptylu
USD	americký dolar



## Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užil své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 26.4.2013

  
jméno a příjmení studenta